

# Особенности расчета магнитогидродинамических волн разрежения

Выполнил:

Студент 506 группы

Степанов Д.С.

Научный руководитель:

чл-корр. РАН Попов Ю.П.

# Цель дипломной работы

Целью дипломной работы является построение для случая «вмороженности» магнитной гидродинамики автомоделейных решений типа волн Римана и оценка с их помощью качества алгоритмов численного решения системы уравнений в частных производных.

# Система уравнений МГД

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho^2 \frac{\partial v}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -c^2 \frac{\partial \rho}{\partial s} - \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{H_y^2}{8\pi} \right);$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{H_{x0}}{4\pi} \frac{\partial H_y}{\partial s}; \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{H_y}{\rho} \right) = H_{x0} \frac{\partial u}{\partial s};$$

$$S = S_0 = \text{const}; \quad c = c(\rho).$$

## Задача о поршне

$$s > 0, t > 0$$

Начальные условия- однородны :  $p_0, \rho_0, H_0, S_0$ ;

Граничные условия:  $v(0, t) = V(t), u(0, t) = U$ ;

$$f(s, t) = f_0, \text{ при } s \rightarrow \infty.$$

Обозначения:  $p$  – плотность,  $\rho$  – давление,  $v, u$  – скорости поршня,  $S$  – энтропия,  $\bar{H}$  – напряженность магнитного поля.

# Система уравнений в автомоделных переменных

При  $V(t) = V_0, U(t) = U_0$ , то  $f(s, t) = f(\xi), \xi = \frac{s}{t}$

$$\begin{aligned} -\xi \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + \rho^2 \frac{\partial v}{\partial \xi} &= 0; \\ -\xi \frac{\partial v}{\partial \xi} + c^2 \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{H_y^2}{8\pi} \right) &= 0; \\ \xi \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{H_{x0}}{4\pi} \frac{\partial H_y}{\partial \xi} &= 0; \\ -\xi H_y \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + \rho^2 H_{x0} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \xi \rho \frac{\partial H_y}{\partial \xi} &= 0; \end{aligned}$$

# Автомодельное решение в МГД

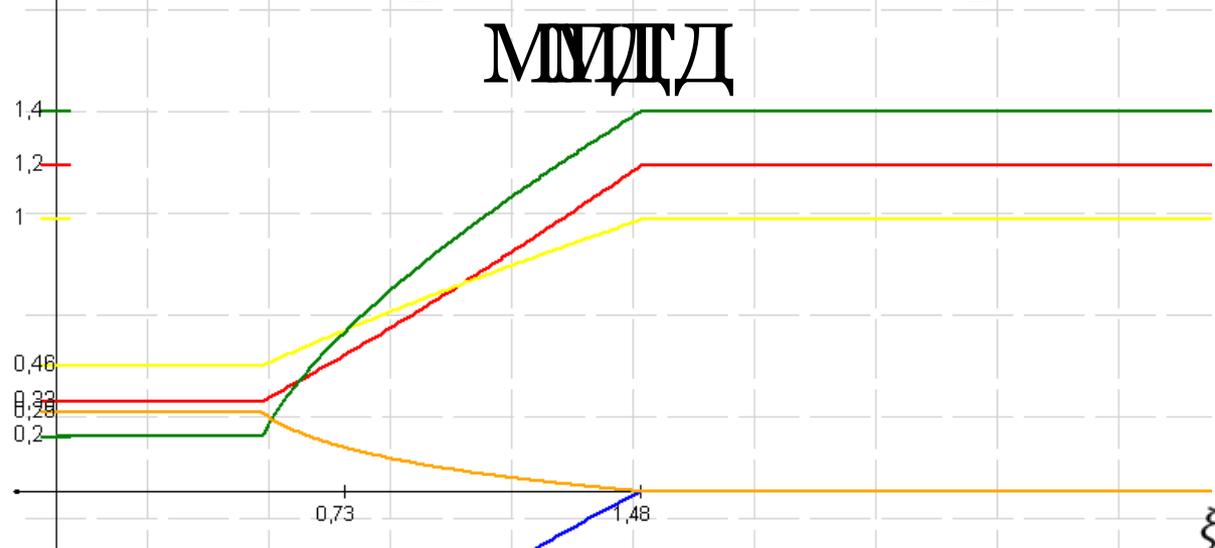
Система допускает как тривиальные решения:  $f = f_0$ , так и не тривиальные, при:

$$\xi_{1,2} = \frac{\rho}{\sqrt{2}} \sqrt{\left[ c^2 + \frac{(H_{x0}^2 + H_y^2)}{4\pi\rho} \pm \sqrt{\left( c^2 + \frac{(H_{x0}^2 + H_y^2)}{4\pi\rho} \right)^2 - \frac{4H_{x0}^2 c^2}{4\pi\rho}} \right]}$$

# Графики автомоделных решений

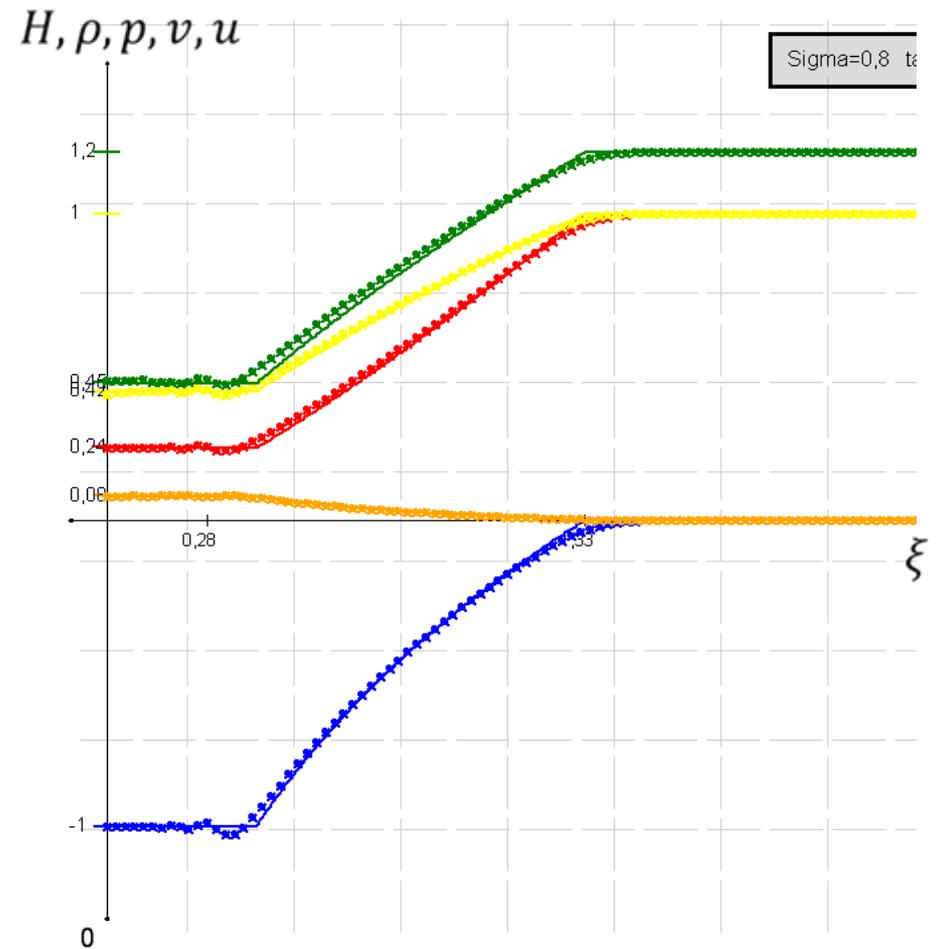
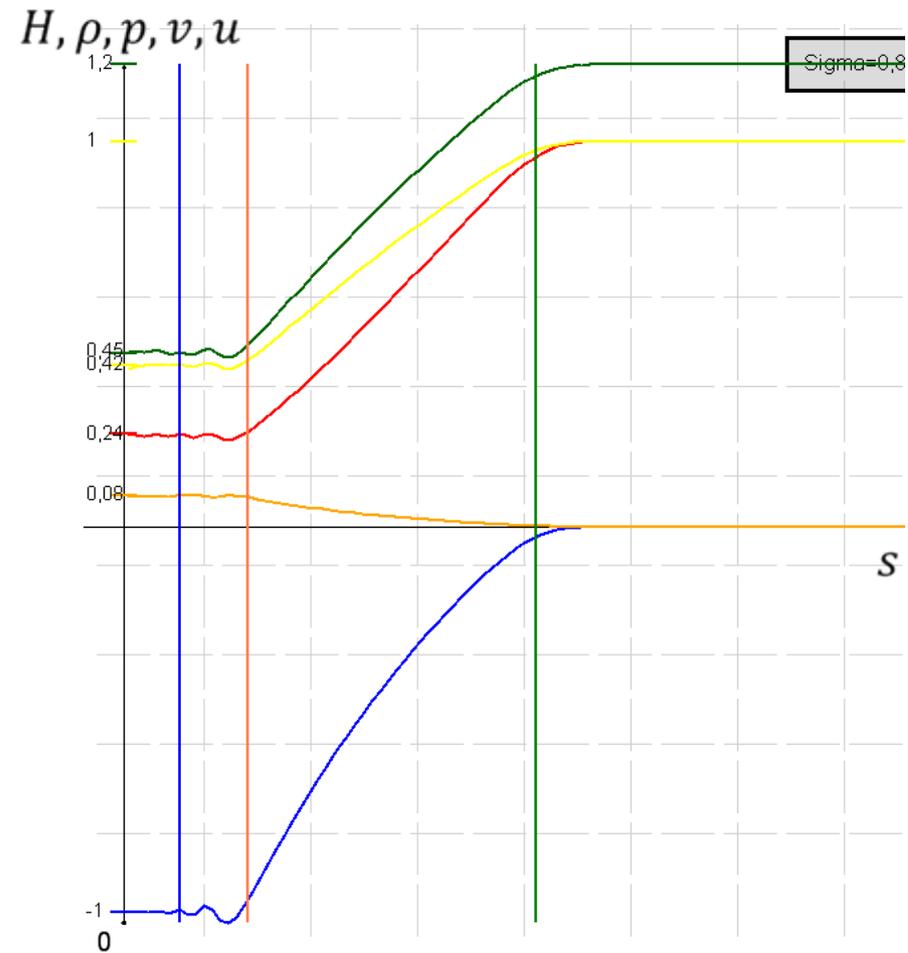
## Автомоделное решение биедрой виллоны

$H, \rho, p, v, u$

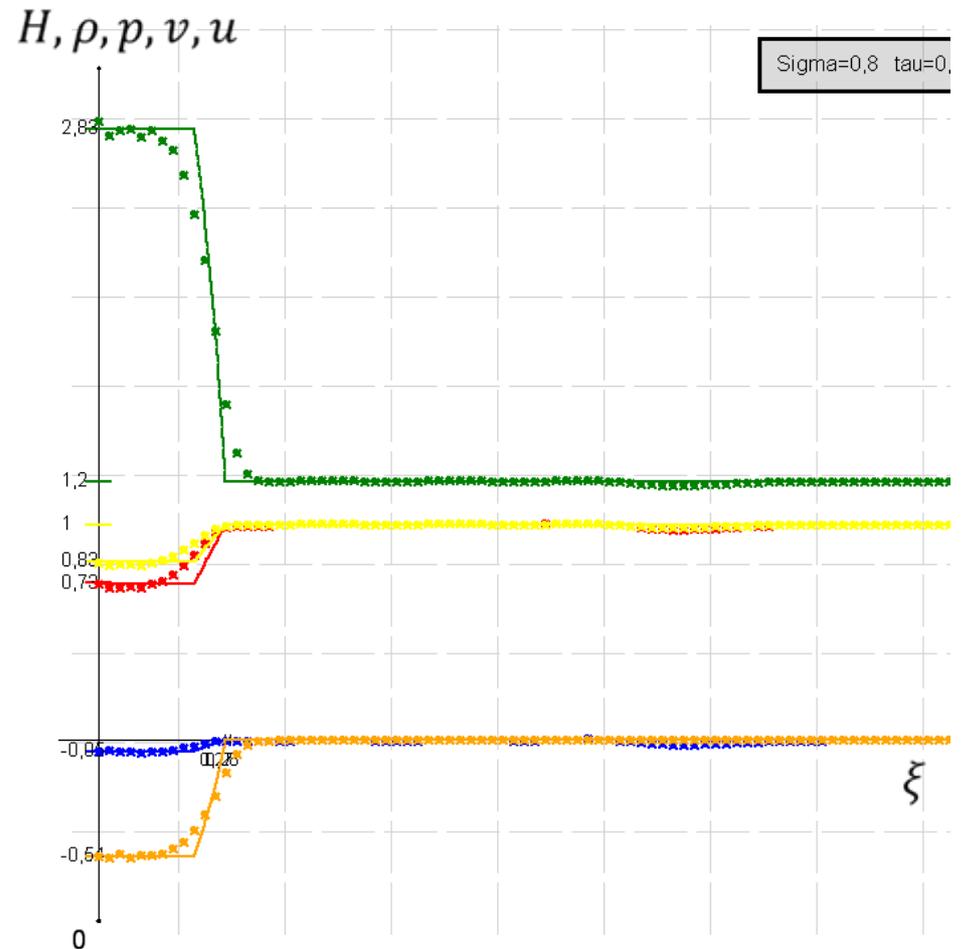
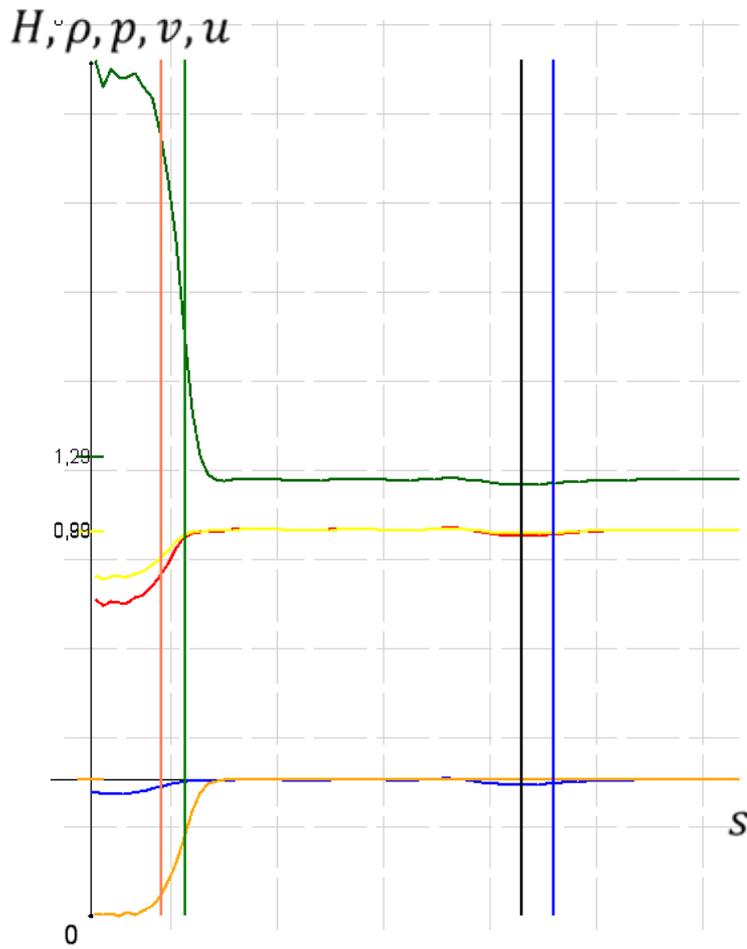


Зеленый —  $H$ , желтый —  $\rho$ , красный —  $p$ ,  
продольная скорость —  $v$ , поперечная скорость —  $u$

# Численный расчет задачи о поршне для быстрой волны

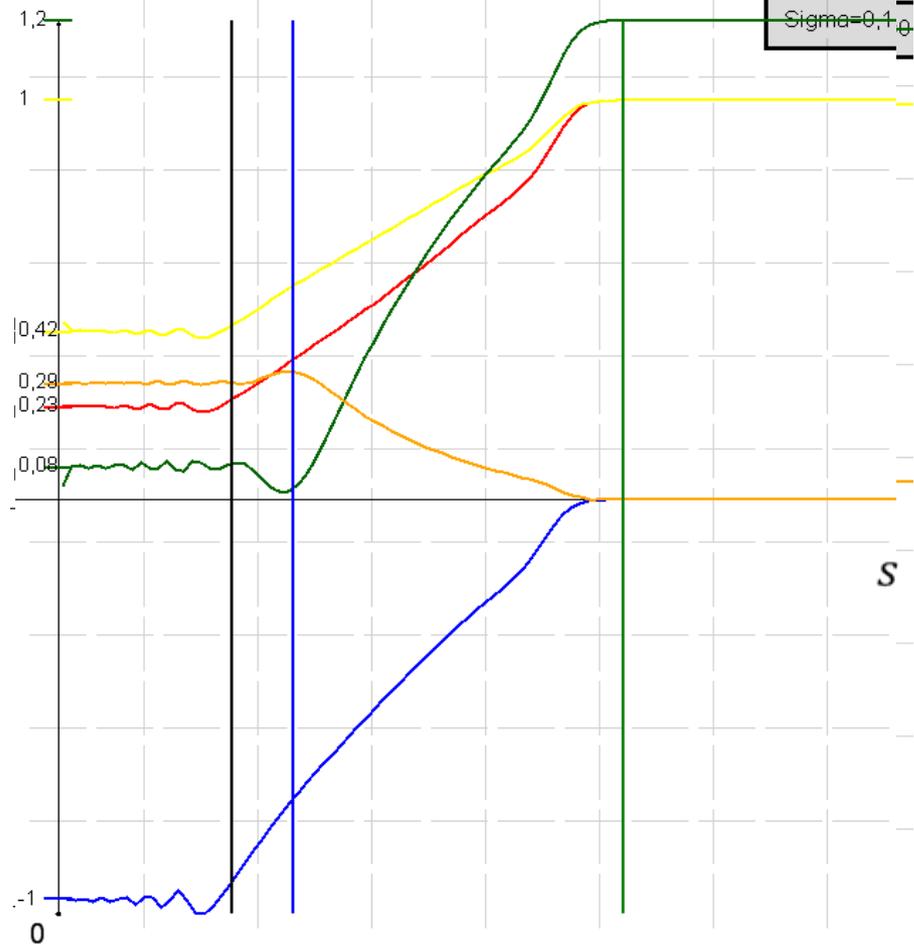


# Численный расчет задачи о поршне для медленной волны

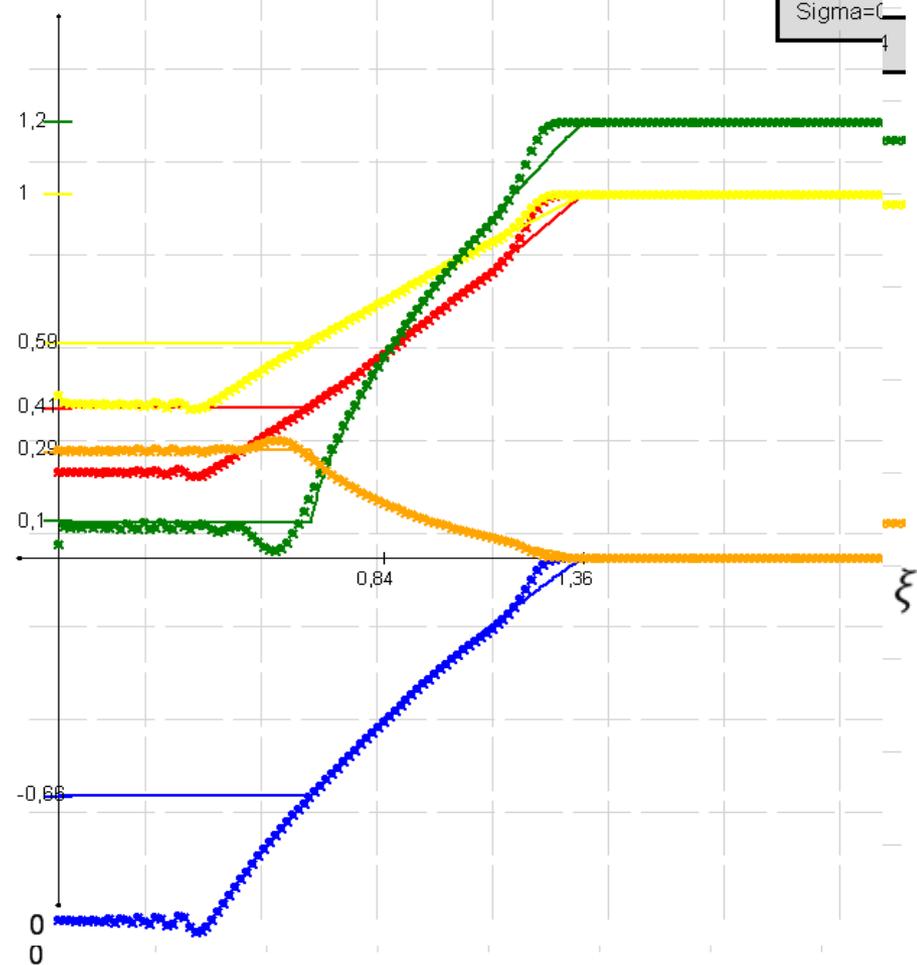


# Ударные волны разрежения в МГД

$H, \rho, p, v, u$



$H, \rho, p, v, u$



# Дифференциальное приближение

- $$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) - \frac{\partial v}{\partial s} = 0$$

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} - H \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + c^2 \frac{\partial g}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{H^2}{8\pi} \right) = \frac{\partial \omega}{\partial s} - \frac{\tau H}{8\pi} \frac{\partial v}{\partial s} \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{H_y}{\rho} \right)$$

$$\omega = -\tilde{v} \rho \frac{\partial v}{\partial s}, \quad \tilde{v} = v + \tau c^2 (\sigma_1 - 0.5) \rho + \tau \frac{H^2}{8\pi}$$

# Результаты работы:

- Построены и исследованы автомоделные решения типа простой волны магнитной гидродинамики
- Создан программно-вычислительный комплекс на основе однопараметрического семейства полностью консервативных разностных схем.
- Показано что при определенных условиях в расчетах системы уравнений в частных производных может наблюдаться возникновение ударных волн разрежения.