

Дипломная работа

Построение метода решения
задачи на собственные
значения уравнения
Шредингера с периодической
нелинейностью

Студента 505 группы
Смотрова Дмитрия Александровича

Научный руководитель
Трофимов В.А.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

$$\varepsilon(z) \frac{\partial A}{\partial t} + iD \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + i\beta\varepsilon(z)A + \beta\delta(z)|A|^2 A = 0$$

$$A(t, 0) = A(t, L_z) = 0 \quad 0 < t \leq L_t$$

$$A(0, z) = A_0(z) \quad 0 < z < L_z$$



$$A(t, z) = B(z)e^{-i\lambda t}$$

$$\frac{D}{\varepsilon(z)} \frac{d^2 B}{dz^2} + \beta \left(1 - i \frac{\delta(z)}{\varepsilon(z)} \left| e^{2 \operatorname{Im} \lambda \cdot t} \right| |B|^2 \right) B = \lambda B$$

Построение разностной схемы

Разностная сетка: $\omega_z = \{z_k = kh, k = \overline{0, M}, h = L_z / M\}$

Сеточная функция: $B_k = B(z_k)$

Разностная производная: $\frac{d^2 B}{dz^2} = \frac{B_{k+1} - 2B_k + B_{k-1}}{h^2}$

Разностная схема:

$$\frac{D}{\varepsilon(z_k) \cdot h^2} \cdot B_{s+1} + \left(\frac{-2D}{\varepsilon(z_k) \cdot h^2} + \beta \left(1 - i \frac{\delta(z_k)}{\varepsilon(z_k)} \cdot |B_k| \right) \right) \cdot B_k + \frac{D}{\varepsilon(z_k) \cdot h^2} \cdot B_{k-1} = \lambda B_k$$

Так как уравнение нелинейно, то для его разрешения запишем итерационный процесс: $B_0 = B_M = 0, k = \overline{1, N-1}, s = \overline{0, 1, 2, \dots}$

Вычисление СЗ и СФ на одной итерации алгоритма

Вычислить СЗ QR-алгоритмом, без вычисления матрицы Шура

Выбрать одно или несколько интересных СЗ

В спектре есть кратные СЗ?

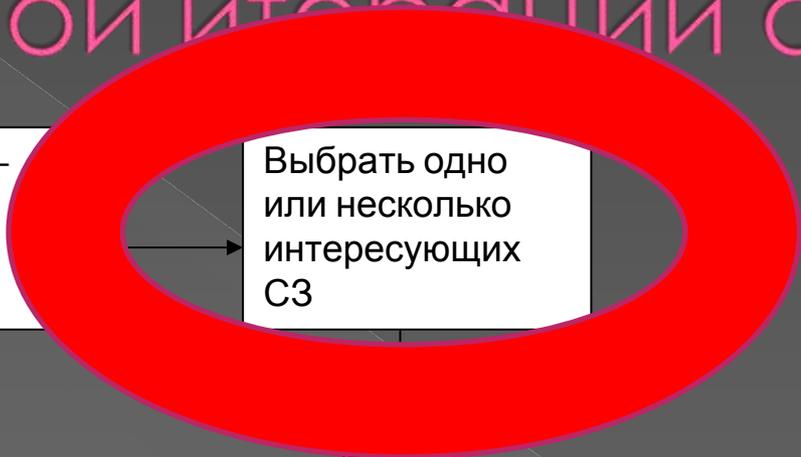
Вычислить интересные СФ методом обратной итерации

Вычислить матрицу Шура

Вычислить интересные СФ матрицы Т с помощью функции *ztrevc*

Вычислить интересные СФ исходной матрицы домножением СФ матрицы Т на U^*

$$\begin{matrix} s & s+1 & & s+1 & s+1 \\ \Lambda & \psi & = & \lambda & \psi \end{matrix}$$



Исследование однородной среды

$$\delta(z) = \text{const}$$

$$\varepsilon(z) = \text{const}$$

Проблема выбора СЗ

Проблема выбора начального приближения

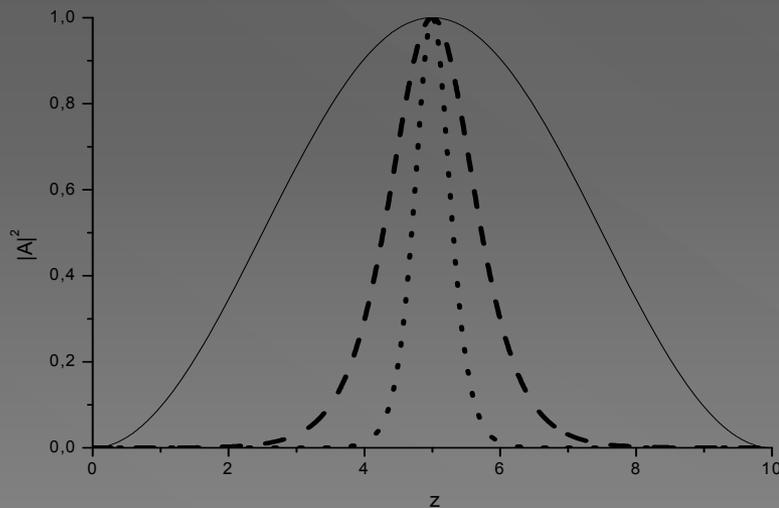
Зависимость результатов от параметров уравнения

- 1) Зависимость итогового λ от δ
- 2) Зависимость $\Delta\lambda$ от δ
- 3) Зависимость полуширины итогового распределения от δ

Исследование однородной среды

Сравнение форм итоговых СФ для задачи без поглощения и соответствующей задачи с поглощением, подбор коэффициентов нелинейности

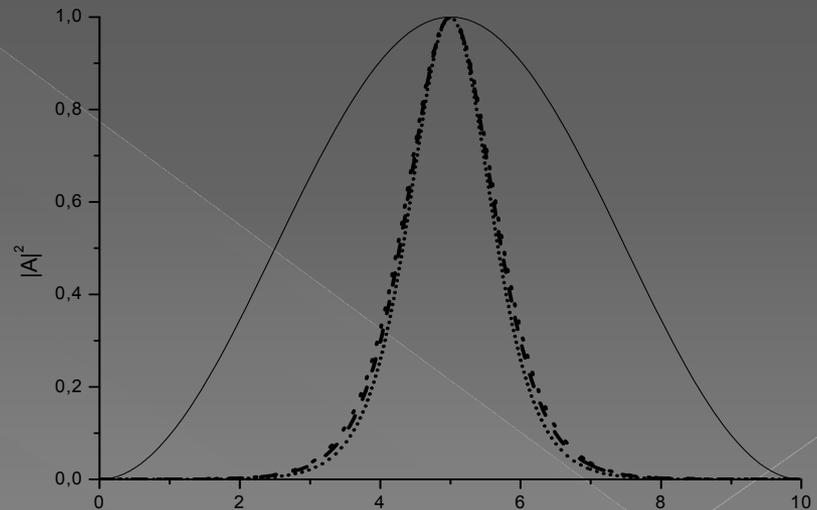
$\delta=25.0$, $\alpha=25.0$, $\varepsilon=2.5$, $D=1.0$, $\beta=0.25$



Пунктир – с поглощением, точки – без поглощения, сплошная линия – начальное распределение.

$\alpha=5.0$

$\alpha=4.0$



Результаты для уравнения с поглощением можно приблизить результатами для уравнения без поглощения

Аналитическое решение

$$\frac{D}{\varepsilon(z)} \frac{d^2 B}{dz^2} + \beta \left(1 - i \frac{\delta(z)}{\varepsilon(z)} |B|^2 \right) B = \lambda B$$

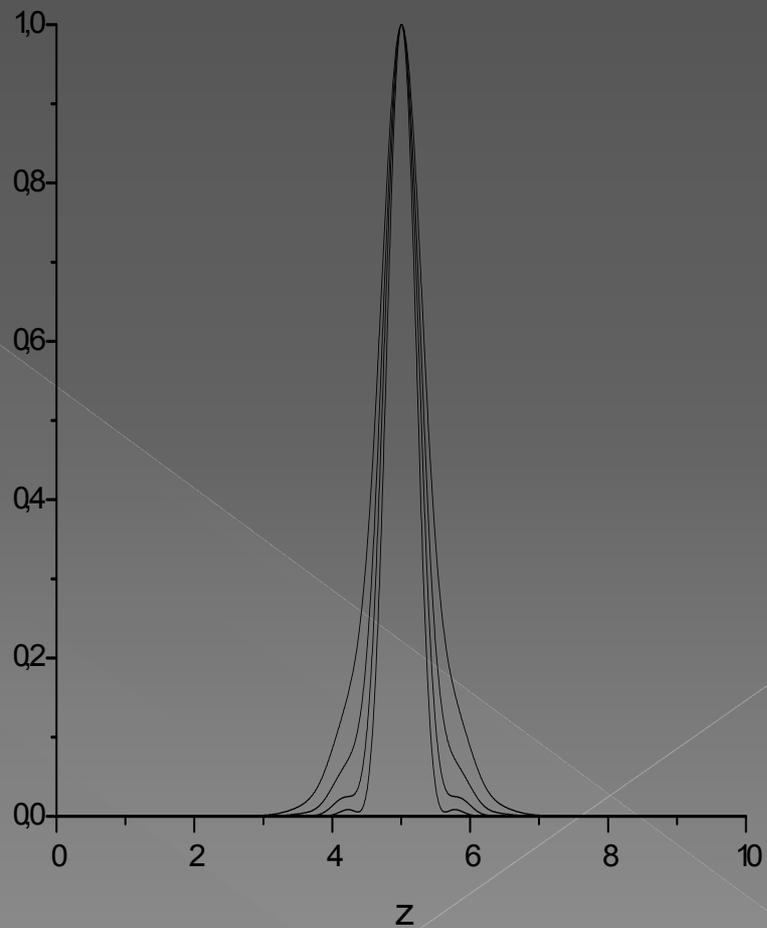
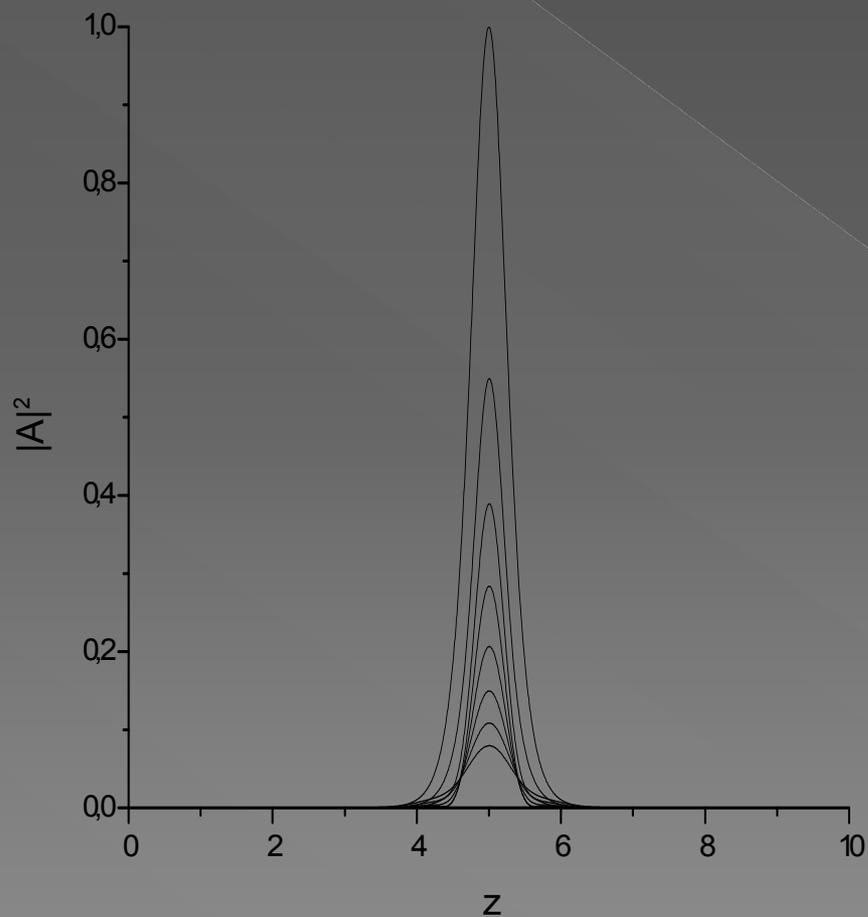
$$B(z) = ch^{-1}(cz) \cdot e^{if(z)}$$

$$\begin{cases} \frac{D}{\varepsilon(z)} \cdot \left(2c^2 \cdot th^2(cz) - c^2 - (f'(z))^2 \right) + \beta = Re\lambda \\ \frac{D}{\varepsilon(z)} \cdot (f''(z) - 2f'(z)th(cz)) - \frac{\delta(z)\beta}{\varepsilon(z)} \cdot ch^{-2}(cz) = Im\lambda \end{cases}$$

$$f'(z) = \sqrt{2} \cdot c \cdot th(cz)$$

$$\begin{cases} \lambda = \left(\beta - \frac{\delta\beta}{3\sqrt{2} \cdot \varepsilon}; -\frac{2}{3} \cdot \frac{\delta\beta}{\varepsilon} \right) \\ B(z) = ch^{-1}(cz) \cdot \exp\left(i \cdot [\sqrt{2} \cdot \ln(ch(cz)) + c_1] \right) \\ c = \sqrt{\frac{\delta\beta}{3\sqrt{2} \cdot D}} \end{cases}$$

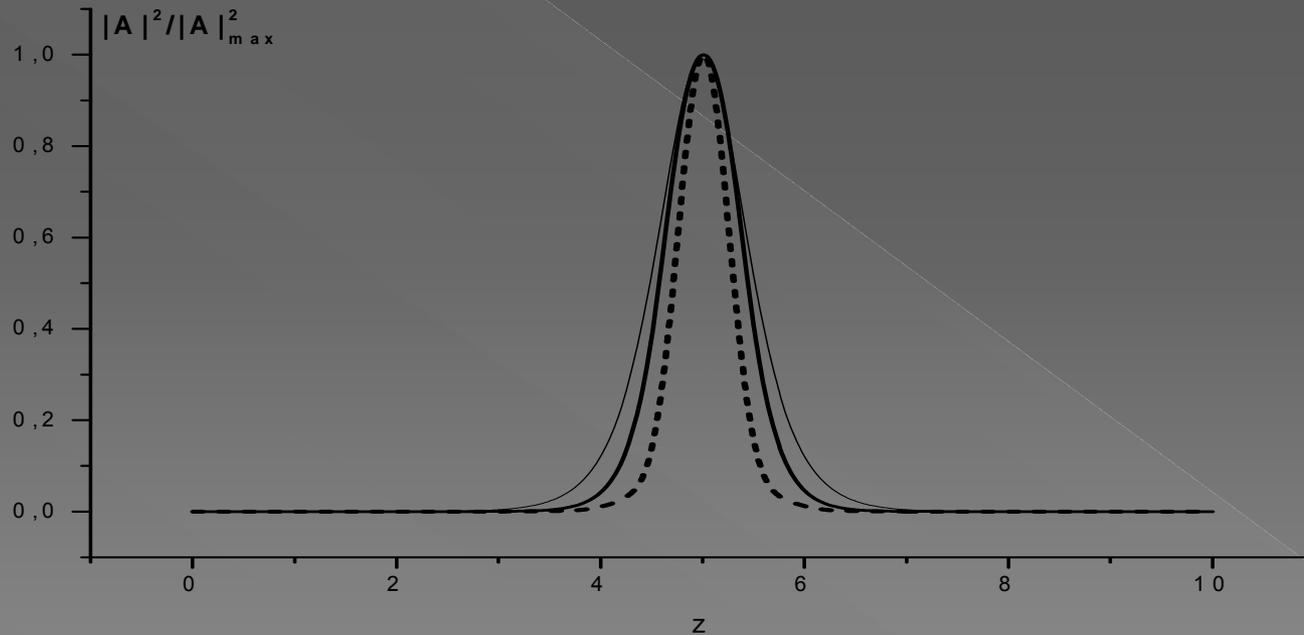
Проверка результата эволюционной программой



Проверка результата ЭВОЛЮЦИОННОЙ ПРОГРАММОЙ

Изменение формы амплитуды функции происходит из-за несоответствия пиковой интенсивности и полуширины функции

$t=0.25$

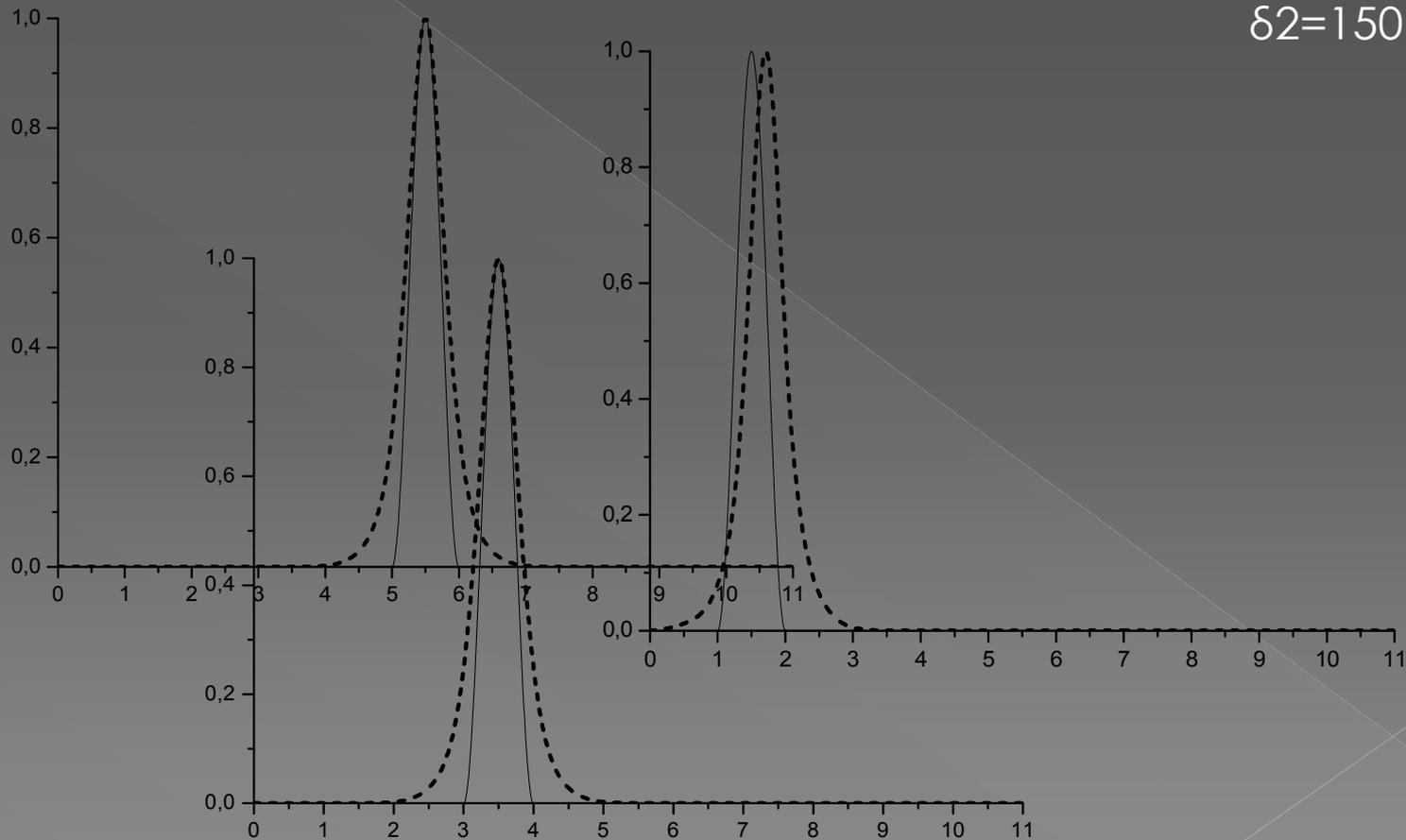


обычная линия – начальное распределение, пунктир – обычное распространение, жирная линия – распространение с изменением D

Исследование слоистой структуры

$$\delta_1=0$$

$$\delta_2=150$$



ИТОГИ

- Построен метод решения задачи на СЗ уравнения Шредингера с периодически поглощающей нелинейностью
- Исследовано решение и его распространение в однородной среде (с помощью эволюционной программы)
- Найдено аналитическое решение задачи на СЗ без временного коэффициента для однородной среды