

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра вычислительных методов

Метод частиц для уравнения Кортевега – де Фриса

выполнил: Виноградов А.Е.
научный руководитель: Богомолов С.В.

Постановка задачи

- Уравнение Кортевега-де Фриса: $u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0$
- Исследуем метод частиц для этого уравнения, найдя численное решение и сравнив его с точным решением, если оно известно. В другом случае будем проводить сравнение с решением, вычисленным с помощью разностной схемы

Причины выбора метода частиц

- Решает уравнение переноса с постоянными коэффициентами точно и квазилинейное уравнение решает с минимальной погрешностью
- Не требует гладкости решения
- Является экономичным для многомерных задач

Этапы метода частиц для задачи

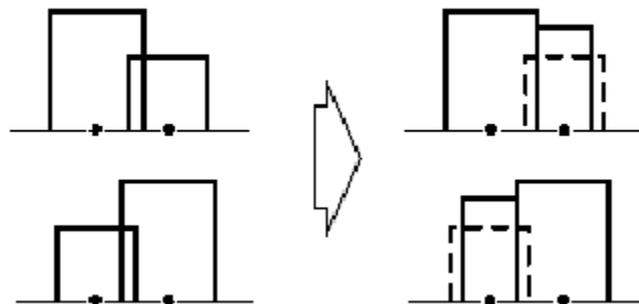
Перенос частиц:

- Сдвиг частицы по сетке в зависимости от шага по времени
- Учет влияния соседних частиц на изменение данной частицы
- Перестройка частиц

Перестройка частиц

После сдвига частиц может возникнуть перекрытие частиц, которые следует убирать путем сужения одной из частиц. При этом произойдет увеличение высоты частицы.

С физической точки зрения, очевидно, что в результате столкновения двух масс газа с различной плотностью увеличиться может только та из них, которая обладает меньшей плотностью.

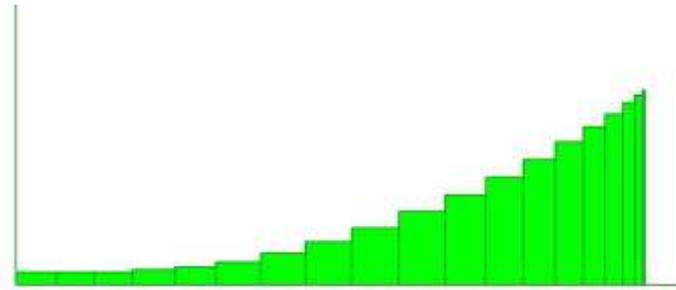
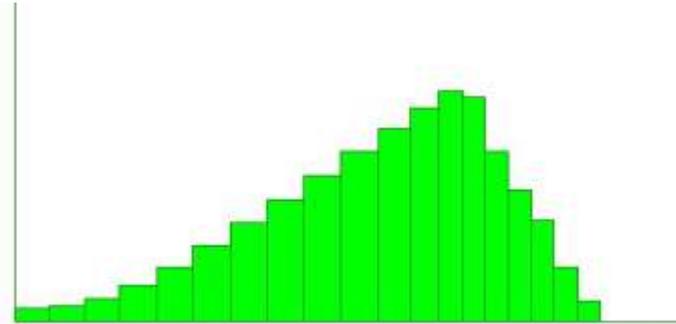
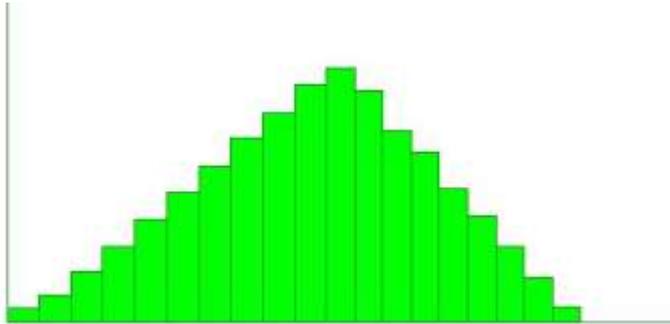


Результаты расчетов

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$u(i) = -|x(i) - 0.95| + 0.95$$

$$h=0.1, t=0.005, \mu=0.1, n=20$$

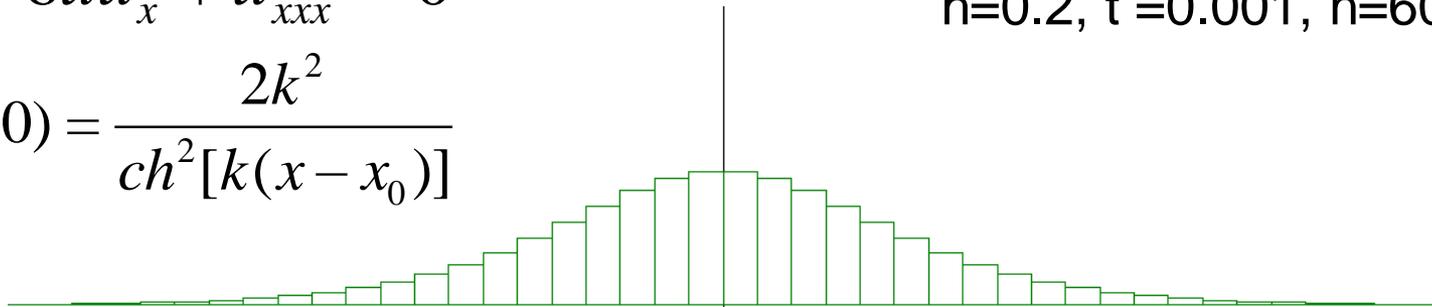


Результаты расчетов

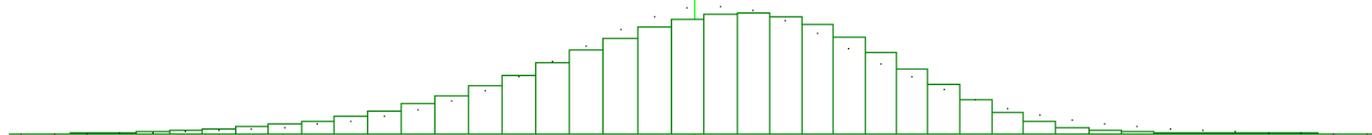
$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0$$

$h=0.2, t=0.001, n=60,$

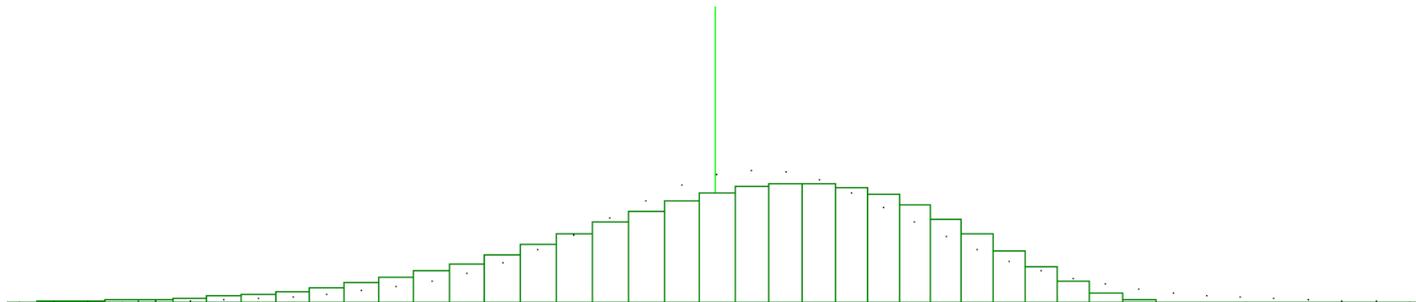
$$u(x, 0) = \frac{2k^2}{ch^2[k(x - x_0)]}$$



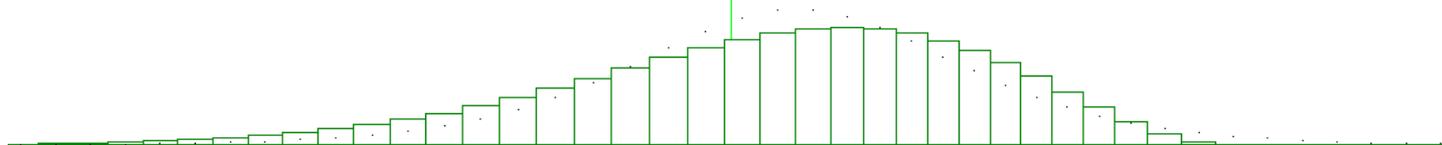
В начальный момент времени



спустя 50 шагов



спустя 100 шагов



спустя 150 шагов

Заключение

Целью работы было исследовать метод частиц для уравнения Кортевега-де Фриса и построение с его помощью численного решения

Был приведён алгоритм метода частиц для этого уравнения и получено численное решение, которое сравнивалось с известным точным решением при заданных начальных данных

Несмотря на то, что достаточная точность численного решения не была получена, можно с уверенностью сказать, что использование метода частиц для уравнения Кортевега-де Фриса (а также и для других задач с более сложной нелинейностью) вполне приемлемо

Спасибо за внимание!