



Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

«Исследование консервативности
стохастического метода частиц при
моделировании диффузионных
процессов»

Научный руководитель: Богомолов С.В.

Выполнил: Смирнов Павел, группа 504



Цель работы

- Программно реализовать стохастический метод частиц для уравнения диффузии на основе схемы Эйлера-Маруямы
- Экспериментально исследовать точность и возможность ее улучшения, благодаря увеличению количества частиц и уменьшению шага по времени. Исследовать консервативность полученного метода.



Постановка задачи

- $dv(t) = -a(v, t)dt + \sigma(v, t)d\omega(t) \quad v(0) = v_0 \quad (1)$

- Метод частиц представляет собой приближенное представление обобщенной функции с помощью квадратурной формулы

$$\int \varphi(x)u(x)dx = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(x_i) \quad (2)$$

- Решая первое уравнение можно смоделировать численное решение уравнение

$$\frac{\partial u(v, t)}{\partial t} = \frac{\partial (a(v, t)u(v, t))}{\partial v} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (\sigma^2(v, t)u(v, t))}{\partial v^2} \quad (3)$$



Численное решение

Схема Эйлера-Маруямы

$$v(t + \Delta t) = v(t) - a(v, t)\Delta t + \sigma(v, t)\Delta\omega$$

Где $\Delta\omega$ – приращение винеровского процесса – независимая нормально распределенная случайная величина с мат. ожиданием 0 и дисперсией 1.



Консервативность

Результат накопления вычислительной ошибки – “стохастический нагрев”

$$E^k = \sum_{j=1}^N |v_j^k|^2$$

$$\Delta E = E^{k+1} - E^k$$

$$\delta E = \frac{\Delta E}{N}$$

$$v_j^{k+1} = \sqrt{\frac{|v_j|^2 + \delta E}{|v_j|^2}} v_j^{k+1}$$

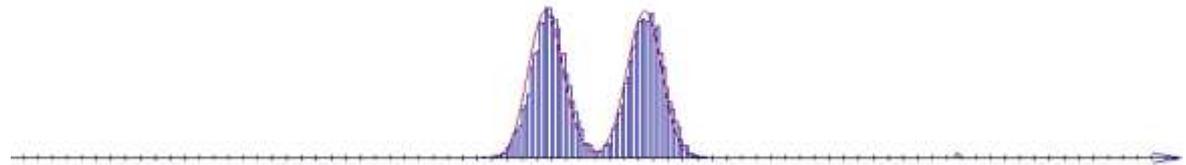


Результаты расчетов

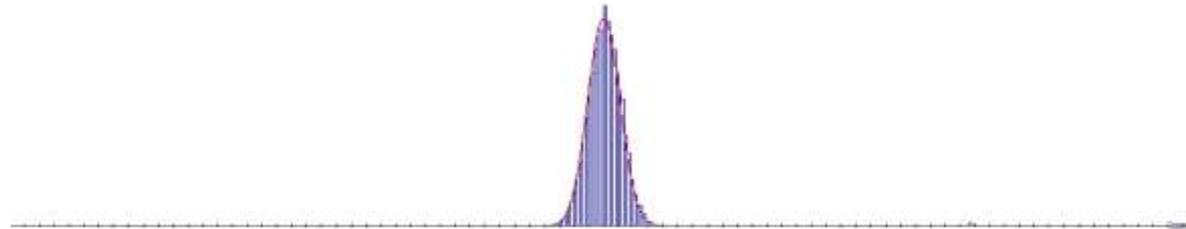
$t = 0.1$



$t = 3$



$t = 7.5$





Спасибо за внимание.