Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
Кафедра Вычислительных Методов

Дипломная работа студента 505 группы
Шакенова Жасулана Нурмухаметовича

«Определение становления неустойчивости в модели Рашевского на основе Марковских цепей»

Научный руководитель:
доцент, к.ф.-м. н., д.с.н. Шведовский Вячеслав Анатольевич

Москва
2013

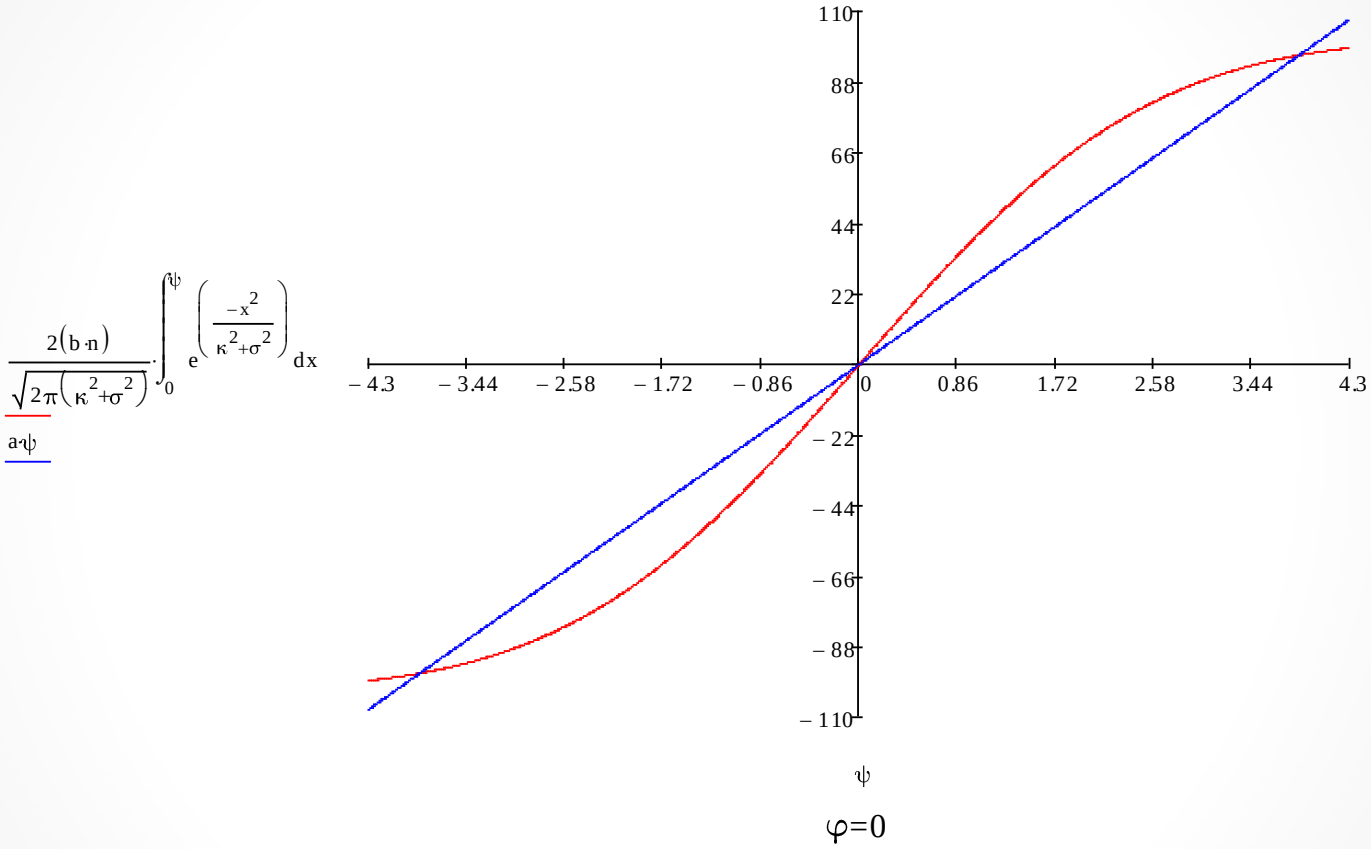
Постановка задачи

Используя модель подражательного поведения Н.В. Рашевского на основе применения цепей Маркова к описанию динамики уровня доверия населения, а также конечно-разностных уравнений, описывающих динамику численности слоев среднего класса:

- построить прогноз степени доверия среднего класса к властным структурам;
- оценить, как меняется дистанция от нормальной общественной эволюции до социального взрыва.

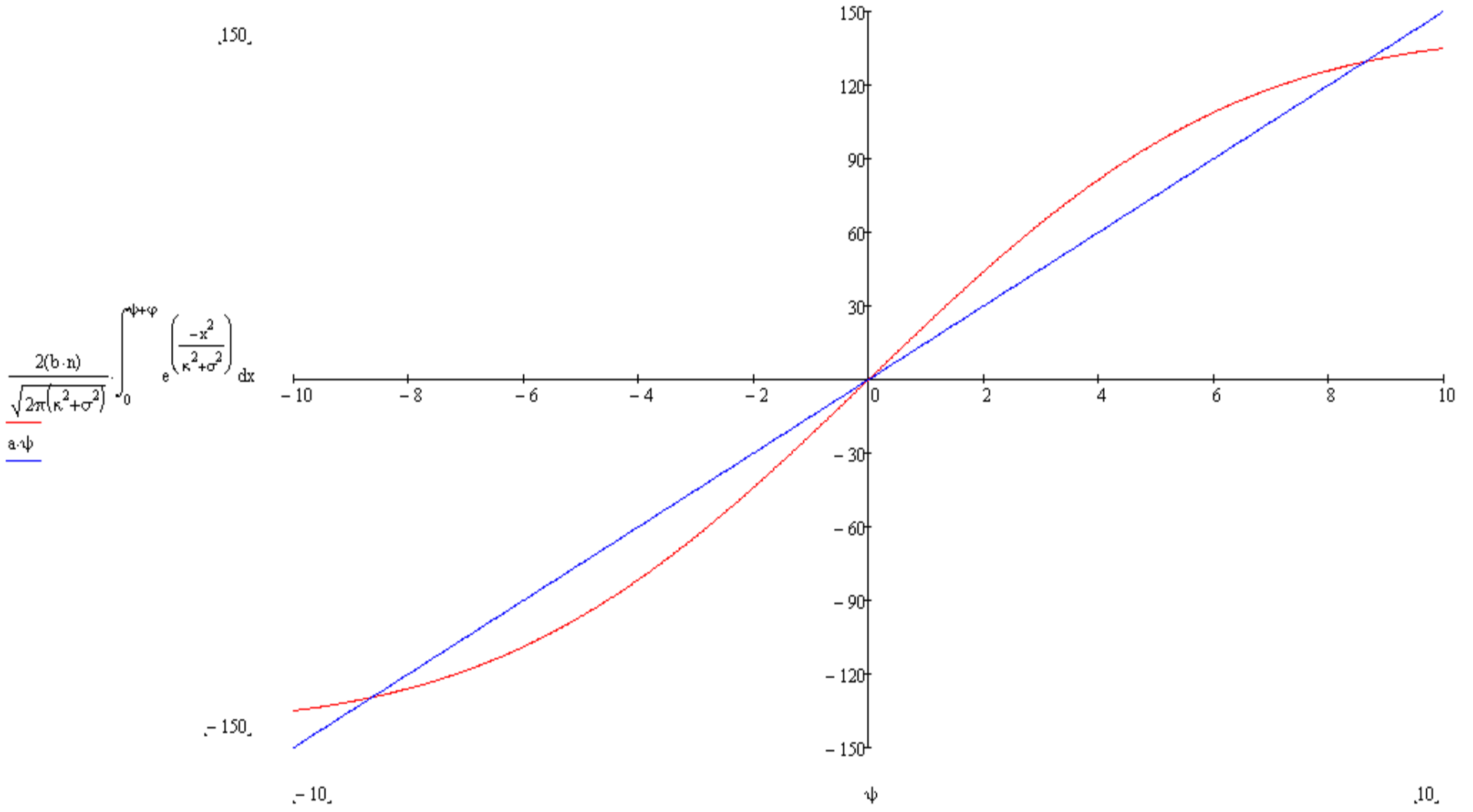
7-ми блочный алгоритм моделирования

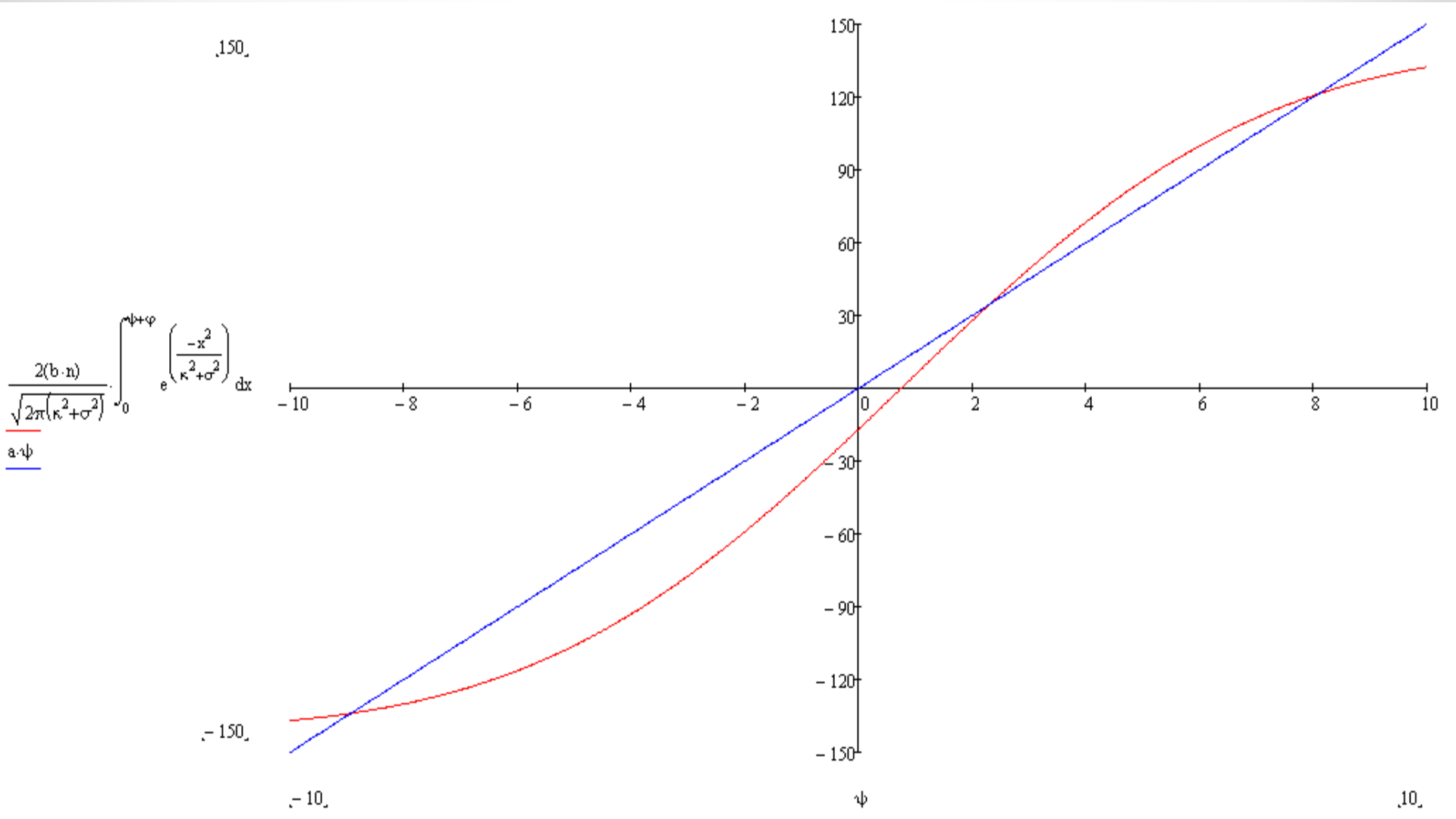
Модель Н.В. Рашевского

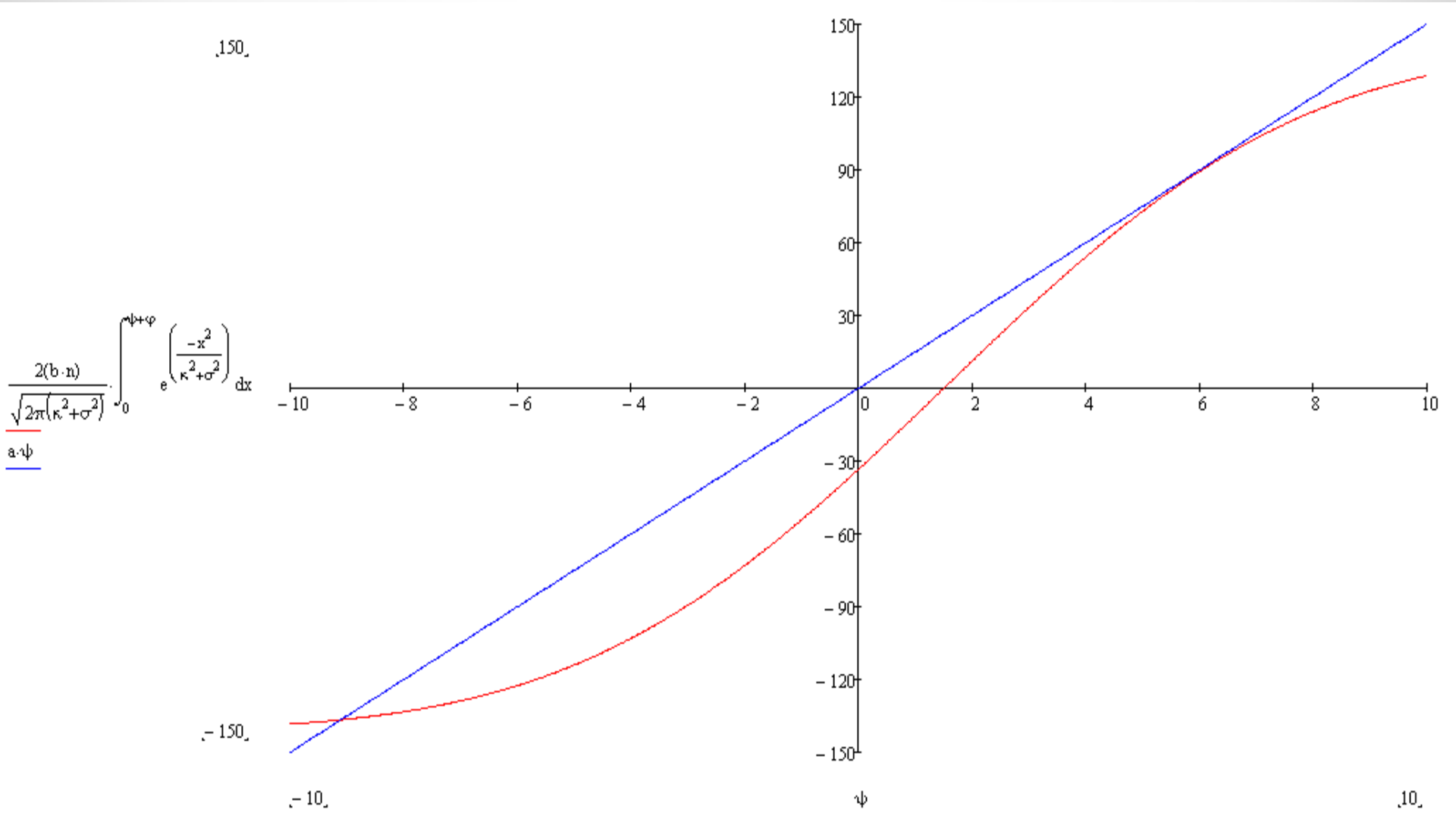


$\varphi=0$

$$\frac{d\psi}{dt} = A(X-Y) - a\psi \qquad A(X-Y) = \frac{2AN_0}{\sqrt{2\pi(k^2+\sigma^2)}} \int_0^{\psi} \exp\left(-\frac{x^2}{k^2+\sigma^2}\right) dx$$


$\frac{2(b \cdot n)}{\sqrt{2\pi(\kappa^2+\sigma^2)}} \cdot \int_0^{\psi+\varphi} e^{\left(\frac{-x^2}{\kappa^2+\sigma^2}\right)} dx$
a·ψ
150
120
90
60
30
-30
-60
-90
-120
-150
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
ψ


$\frac{2(b \cdot n)}{\sqrt{2\pi(\kappa^2+\sigma^2)}} \cdot \int_0^{\psi+\varphi} e^{\left(\frac{-x^2}{\kappa^2+\sigma^2}\right)} dx$
a·ψ
150
120
90
60
30
−30
−60
−90
−120
−150
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
10
ψ


150
150
120
90
60
30
−30
−60
−90
−120
−150
−150
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
10
ψ
10
$\frac{2(b \cdot n)}{\sqrt{2\pi(\kappa^2+\sigma^2)}} \cdot \int_0^{\psi+\varphi} e^{\left(\frac{-x^2}{\kappa^2+\sigma^2}\right)} dx$
a·ψ

Цепи Маркова

Марковский процесс – случайный процесс, эволюция которого после любого заданного значения времени t не зависит от эволюции в $t-1$, если значение процесса в этот момент фиксировано.

$$P\{S_t = j | S_1 = i_1, S_2 = i_2, \dots, S_{t-1} = i\} = P\{S_t = j | S_{t-1} = i\}$$

i, j – состояния (конечный набор)

S_t – состояние в момент времени t

t – время (дискретное)

P – матрица переходных вероятностей

$S_1, S_2, .., S_n$ – последовательность называют цепью Маркова

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & & P_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{pmatrix}$$

Данные Левада-Центра по динамике уровня доверия населения России к властным структурам

Построение матриц переходных вероятностей

- Для построения цепей Маркова решаются матричные уравнения вида

$$V \cdot A = V'$$

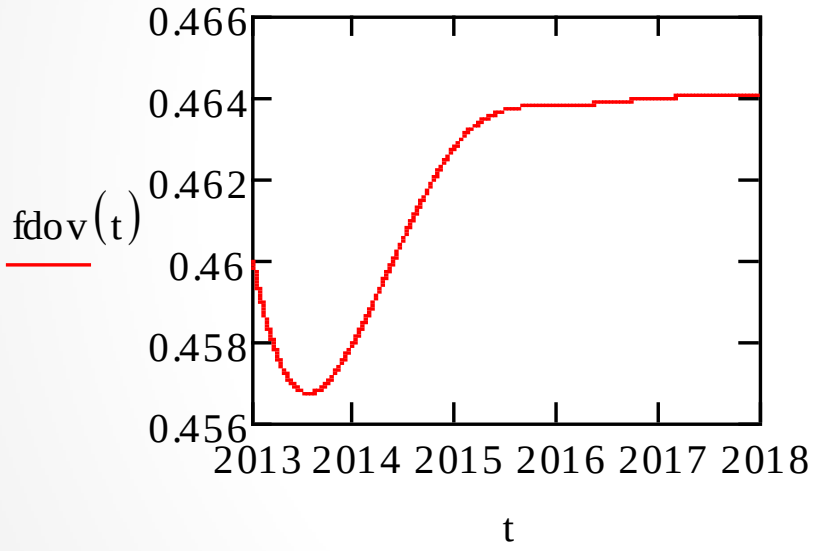
$$\text{Например, } \begin{pmatrix} v_{2009} \\ v_{2010} \\ v_{2011} \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} v_{2010} \\ v_{2011} \\ v_{2012} \end{pmatrix}$$

где A – неизвестная матрица баланса перетоков между позициями доверия и недоверия. v_i – распределение общественного мнения, отвечающее i-му году

- К полученным матрицам применяется алгоритм, фильтрующий положительно определенные матрицы, к которым применяется формула, преобразующая эту матрицу в стохастическую

$$P_{ij} = \frac{A_{ij} \cdot z_j}{\lambda(A) \cdot z_i}$$

Прогноз динамики доверия на основе полученной матрицы



$$P = \begin{pmatrix} 0.569 & 0.063 & 0.368 \\ 0.444 & 0.074 & 0.482 \\ 0.362 & 0.081 & 0.557 \end{pmatrix}$$

Сравнение полученных оценок

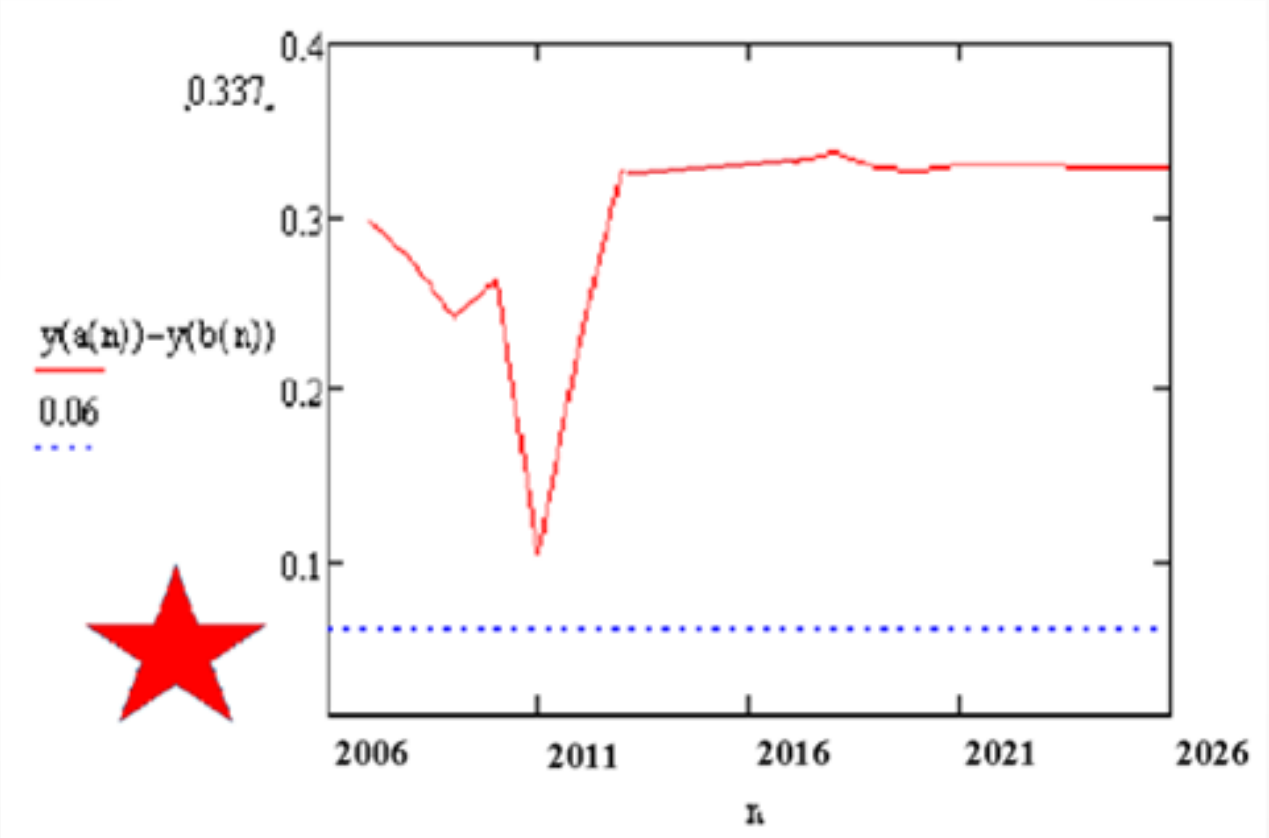
Годы	Реальные стат. данные по доверию, %	Вычисленные значения доверия, %	Модуль абсолютной погрешности, %
2011	47,17	47,5	0,33
2012	47,29	46,1	1,19
2013	46,0	46,1	0,1

Динамика численности слоев среднего класса

- $$\begin{pmatrix} V1_{n+1} \\ V2_{n+1} \\ V3_{n+1} \\ V4_{n+1} \\ V5_{n+1} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} K_{11} \cdot V1_n + K_{21} \cdot V2_n - K_{41} \cdot V4_n - K_{15} \cdot V1_n + b + K_{51} \cdot V5_n \\ K_{12} \cdot V1_n - K_{22} \cdot V2_n - K_{42} \cdot V4_n + b1 \\ K_{23} \cdot V2_n + K_{43} \cdot V4_n - K_{33} \cdot V3_n - K_{13} \cdot V1_n + K_{53} \cdot V5_n + d \\ -K14 \cdot V1_n - K34 \cdot V3_n - K44 \cdot V4_n + a \\ K_{55} \cdot V5_n + K_{15} \cdot V1_n - (K_{51} + K_{53}) \cdot V5_n + c \end{bmatrix}$$

- $$\begin{pmatrix} V1_{2000} \\ V2_{2000} \\ V3_{2000} \\ V4_{2000} \\ V5_{2000} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.033 \\ 0.267 \\ 0.2 \\ 0.15 \\ 0.35 \end{pmatrix}$$

Динамика расстояний между точками устойчивого и неустойчивого равновесия модели Н.В. Рашевского



Выводы и результаты

- 1. Была разработана методика построения цепей Маркова на основе временных статистических рядов.
- 2. На основе применения выработанной методики был получен прогноз динамики уровня доверия слоев среднего класса к властным структурам.
- 3. Дана оценка численности среднего класса.
- 4. Наибольшей амплитудой колебания протестной составляющей обладают слои среднего класса на временном интервале 2009-2015 гг.

Благодарю за внимание!