

Московский государственный университет им. Ломоносова
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
Кафедра Вычислительных Методов



Дипломная работа студента 505 группы Монахова Евгения Алексеевича

«Аналитическое и численное исследование варианта модели "Власть-общество", учитывающего механизм передачи команд "через голову"»

Научный руководитель:
д.с.н, к.ф.-м. н. Шведовский Вячеслав Анатольевич

Москва
2013

Содержание

- Постановка задачи
- Описание математической модели
- Исследование модели
- Результаты

Постановка задачи

- Исследование механизма «дальнодействия» в модели «Власть-общество»

Описание модели

- Хотелось бы сразу отметить, что исследование модели «Власть-общество», которая была введена Михайловым А.П. в 1994 году, ранее не велась с учетом механизма передачи команд «через голову». Поэтому в данной работе я попытался оценить влияние такого механизма на модель и сделать некоторые выводы о его применимости.
- Структура (иерархия) состоит из $N+1$ инстанций, каждой из которых приписан номер $i=0,1,2,\dots,N$ (старшинство инстанций убывает с ростом N , причем имеется ввиду законодательная последовательность инстанций). По стрелке 4 указывается направление подчиненности, т.е. направление передачи распоряжений.



$$n(x) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k \left(p, \frac{\partial p}{\partial x}, x, t \right) n(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + F + \int_0^1 \varepsilon [p(x', t) - p(x, t)] dx'$$

Описание модели

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \delta^2 \frac{\partial^2 p}{\partial^2 x} + F(p, x) + \varepsilon \int_0^1 [p(x', t) - p(x, t)] dx'$$

В исследовании в качестве $F(p, x)$ рассматриваются два вида функций относительно p :

- Линейная $F(p, x) = -k_1(p - p_0(x))$
- Кубическая $F(p, x) = -k_1(p - p_0(x))(p - p_1(x))(p - p_3(x))$

Данное уравнение аппроксимируется в численном решении конечно-разностной схемой:

$$\frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{t} = \delta^2 \frac{p_{i+1}^j - 2p_i^j + p_{i-1}^j}{h^2} + F + \varepsilon * \sum_{k=0, k \neq i-1, i, i+2}^n (p_k^j - p_i^j)$$

Аналитическое решение в случае линейной F

- Учитывая параметр ε как малый, представим асимптотическое решение в виде:

$$p = p_0(t, x) + \varepsilon p_1(t, x) + \varepsilon^2 p_2(t, x) + \varepsilon^3 p_3(t, x) + \dots$$

- Граничное условие имеет вид: $\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=1} = 0$
- В качестве $p_0(x) = a + bx$, $p_{\text{нач}}(x) = (1 + \cos \pi x)/2$
- Методом разделения переменных: $p_k(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n^k(t) \cos \pi n x$
- Выражение для нулевой гармоники: $p_0(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n^0(t) \cos \pi n x$

Где $\varphi_0^0(t) = c_0 e^{-t k_1} + (a + \frac{b}{2})$, $n > 0$ $\varphi_n^0(t) = c_n e^{-t(\delta^2 \pi^2 n^2 + k_1)} + \frac{2b k_1}{(\delta^2 \pi^2 n^2 + k_1)(\pi^2 n^2)} (\cos \pi n - 1)$

И $c_0 = \frac{1}{2} - (a + \frac{b}{2})$, $c_1 = \frac{1}{2} + \frac{4k_1 b}{\pi^2(\pi^2 \delta^2 + k_1)}$, $c_n = -\frac{2k_1 b}{(\pi^2 n^2 \delta^2 + k_1)(\pi^2 n^2)} (\cos \pi n - 1), n > 1$

Аналитическое решение в случае линейной F

- Общий вид при $n > 1$ и $k > 0$ выражается формулой:

$$\varphi_n^k = c_n(e^{-tv} - 1 + ve^{-tv}t + \dots + \frac{(v)^k e^{-tv} t^k}{k!})/(-v)^k$$

где $v = (k_1 + \pi^2 n^2 \sigma^2)$

- При $n=1$ и $k > 0$:

$$\varphi_1^k = ((\frac{1}{2} - c_1)e^{-tv} - (\frac{1}{2} - c_1) + v(\frac{1}{2} - c_1)e^{-tv}t + \dots + \frac{(v)^k c_1 e^{-tv} t^k}{k!})/(-v)^k$$

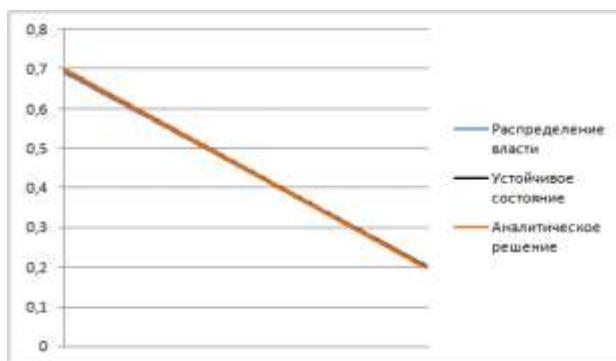
- При $n=0$ и $k > 0$:

$$\varphi_0^k = 0$$

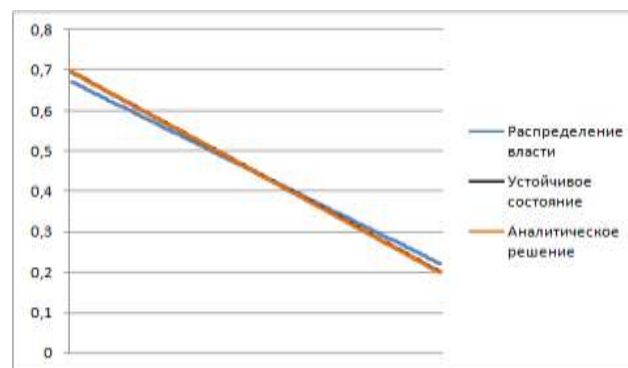
- Тем самым мы получили уравнение для каждой из гармоник P_0, P_1, \dots, P_n для любого n . Каждая из гармоник представляет собой бесконечный ряд. Далее в численном решении мы будем считать только первые пять гармоник P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 , при этом в каждой гармонике будут взяты первые десять членов ряда.

Сравнение аналитического и численного решений в случае линейной F

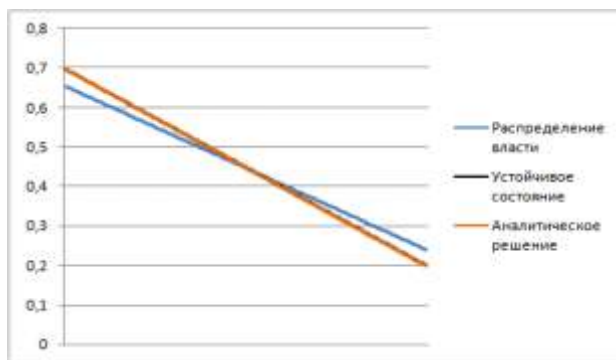
- Данное сравнение проведено для оценки параметра ε , насколько малым он должен быть, чтобы аналитическое решение совпадало с численным. На основе экспериментов были получены данные (синим выделено численное решение):



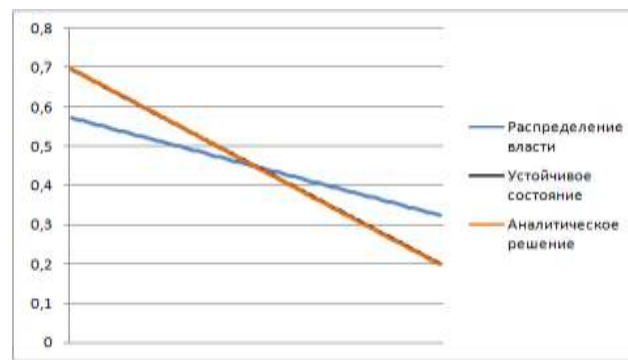
$\varepsilon = 0.01$



$\varepsilon = 0.05$



$\varepsilon = 0.1$

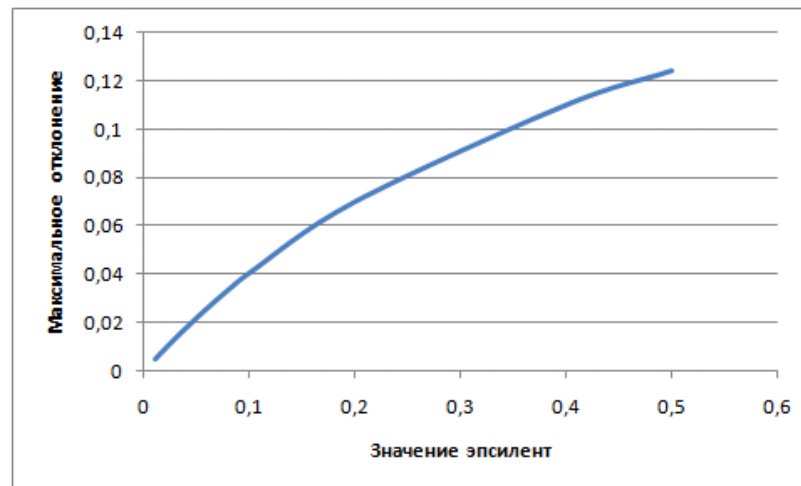


$\varepsilon = 0.5$

Сравнение аналитического и численного решений в случае линейной F

- Полученные данные, для наглядности, можно представить в таблице:

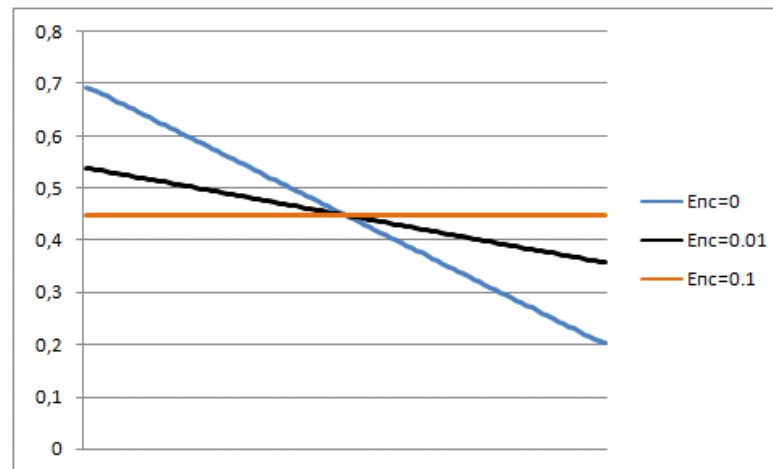
Значение эпсилент	0,01	0,02	0,05	0,08	0,1	0,2	0,4	0,5
Максимальное отклонение	0,0049	0,0095	0,0223	0,0338	0,0408	0,0701	0,11	0,1241



- Как мы видим зависимость максимального отклонения от эпсилента получилась почти линейная. Аналитическое решение можно считать совпадающим с численным при малых значениях эпсилента ($\epsilon = 0.01, 0.02$)

Численное решение в случае кубической F

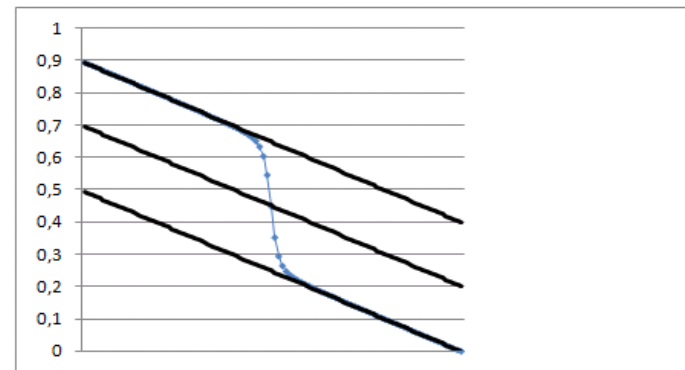
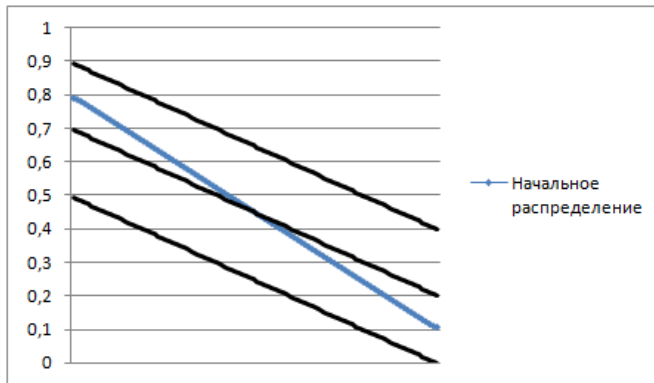
- Посмотрим на воздействие интегрального члена. Возьмем $F=0$.



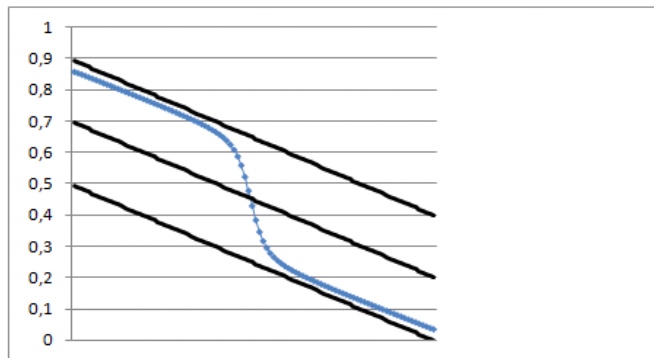
- На рисунке видно, что механизм передачи команд через голову способствует приближению распределения власти к равномерному. Большое количество команд через голову, минуя «сарафанное радио», приводит к уравниванию власти.

Численное решение в случае кубической F

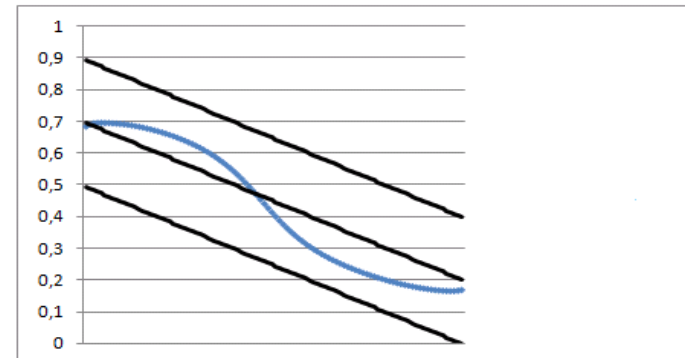
- Рассмотрим влияние интегрального члена на примере. Случай отсутствия интегрального члена изучался ранее в работе «Моделирование социально-политической и экономической динамики». Был получен аналогичный результат:



$\varepsilon = 0$



$\varepsilon = 0.005$

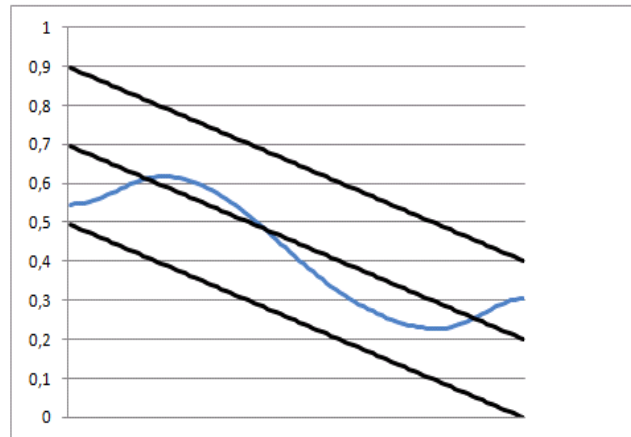


$\varepsilon = 0.01$

- На рисунках видно, механизм передачи команд «через голову» стремится к равномерному распределению власти.

Численное решение в случае кубической F

- Во время экспериментов было получено следующее устойчивое стационарное распределение:



- Из рисунка видно, что нету монотонной зависимости между положением инстанции в иерархии и количеством её власти. Уровень власти у нижестоящих инстанций превышает уровень власти у старших инстанций.

Применение механизма дальнего действия

- Как было показано ранее, чем больше происходит команд через голову, тем равномернее становится распределение власти. Попробуем перенестись от иерархии государства к иерархии какой-нибудь крупной компании или корпорации.
- В менеджменте используют четыре основных метода управления компании: административный, организационный, экономический и социально-экономический.
- Например, административный метод предполагает высокий уровень полномочий у старших звеньев, и низкий у младших. В то время как экономический, предполагает большую свободу у работников, предлагая активный поиск самостоятельных решений.
- Можно сделать вывод, что применение команд дальнего действия, в административном методе, ненужно. В то время как в экономическом, это приведет к необходимому выравниванию полномочий. То есть если в компании применяется экономический метод, то начальникам нужно больше напрямую общаться со всеми своими подчиненными.

Результаты

Рассмотрена модель «Власть-общество» с учетом механизма передачи команд «через голову», имеющая вид интегро-дифференциального уравнения с частными производными:

Для случая слабого механизма передачи команд через голову построена асимптотика n -го порядка по малому параметру, тем самым аналитически получено приближение решения уравнения модели.

Путем сравнения асимптотики с численным решением получена оценка значений параметра, описывающего вклад механизма команд через голову, при котором его можно использовать в качестве малого параметра для построения асимптотики.

На основе численных экспериментов исследована роль механизма дальнего действия в модели «Власть-общество».

Предложен ряд аргументов для применения данного механизма в менеджменте управления организацией.