

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова  
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики  
Кафедра Вычислительных методов

**Дипломная работа**

Кичукова Александра Дмитриевича

**Вычислительные методы стабилизации Гамильтоновых систем.**

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н. Еленин Георгий Георгиевич

# Введение

## Задача Коши:

$$dp/dt = - du(x)/dx,$$

$$dx/dt = m^{-1}p,$$

$$p(0) = p_0,$$

$$x(0) = x_0, \text{ где}$$

$x$  – координата материальной точки,  $p$  – импульс,

$m$  – масса,

$p_0, x_0$  – начальные значения импульса и координаты,

$t$  – время,

$u(x)$  - потенциал.

# Идея стабилизации

«Управление»:  $e(f_1(p, x), f_2(p, x))^T, e > 0$

**Стабилизированная задача:**

$$dp/dt = f_1(p, x) = - du(x)/dx - e f_1(p, x),$$

$$dx/dt = f_2(p, x) = m^{-1}p - e f_2(p, x),$$

$$p(t_0) = p_0,$$

$$x(t_0) = x_0.$$

# Различные виды управлений

$$1) f_1(p, x) = mp(0.5m^{-1}(p^2 - p_0^2) + u(x) - u(x_0))$$

$$f_2(p, x) = 0$$

$$2) f_1(p, x) = m \operatorname{sign}(p)(0.5m^{-1}(p^2 - p_0^2) + u(x) - u(x_0))$$

$$f_2(p, x) = 0$$

$$3) f_1(p, x) = m^{-1}p(m^{-2}p^2 + (du(x)/dx)^2)^{-1}(0.5m^{-1}(p^2 - p_0^2) + u(x) - u(x_0))$$

$$f_2(p, x) = (du(x)/dx)(m^{-2}p^2 + (du(x)/dx)^2)^{-1}(0.5m^{-1}(p^2 - p_0^2) + u(x) - u(x_0))$$

$$4) f_1(p, x) = m^{-1}p(0.5m^{-1}(p^2 - p_0^2) + u(x) - u(x_0))$$

$$f_2(p, x) = (du(x)/dx)(0.5m^{-1}(p^2 - p_0^2) + u(x) - u(x_0))$$

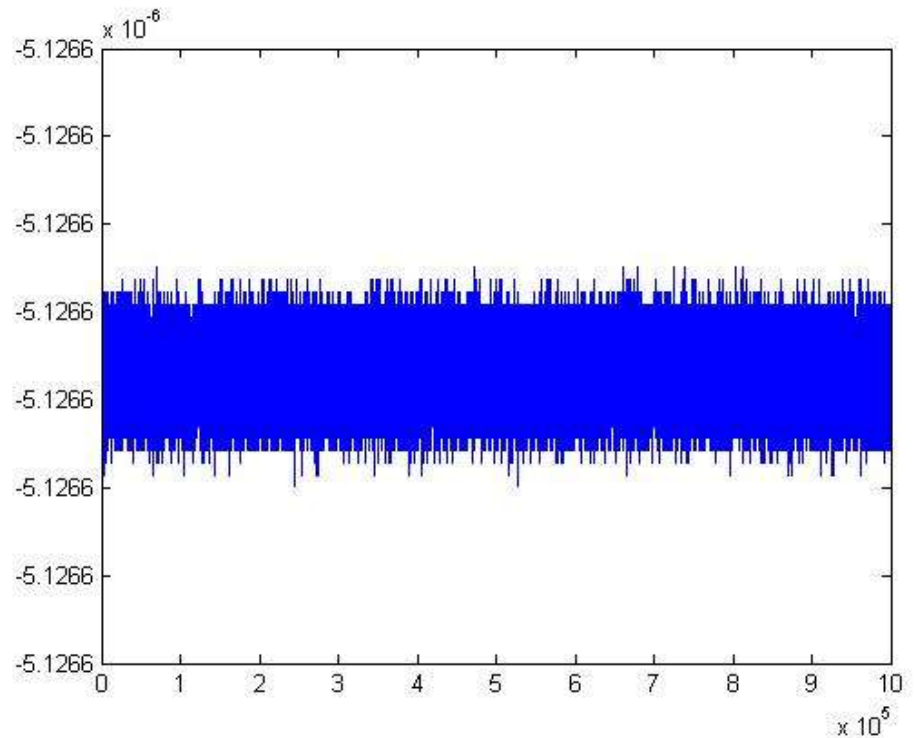
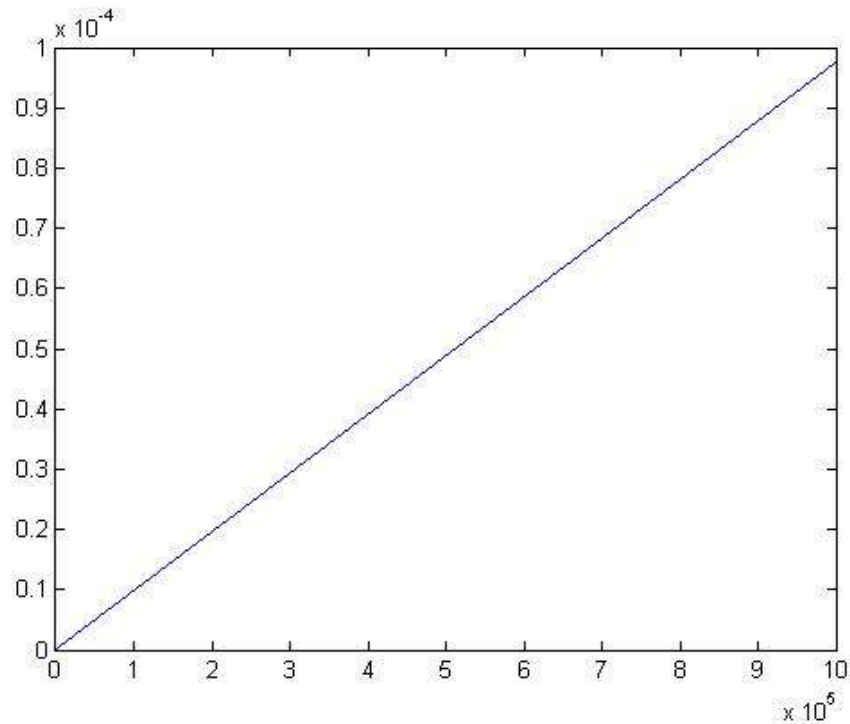
# Цель работы

- 1) Изучить поведение приближенных решений исходной и стабилизированной задач, полученных различными вычислительными методами.
- 2) Сравнить различные виды «управлений».

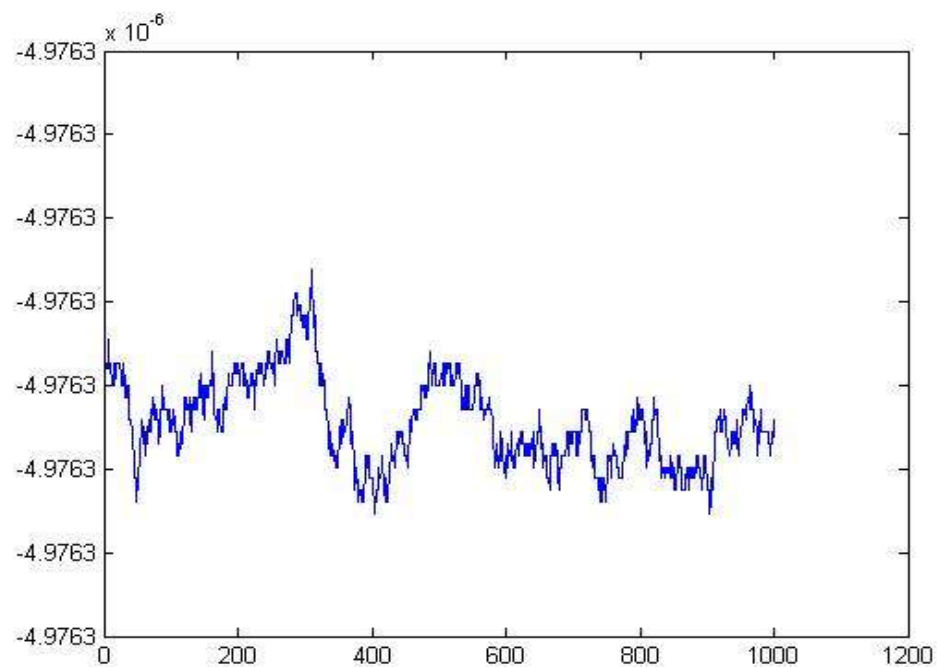
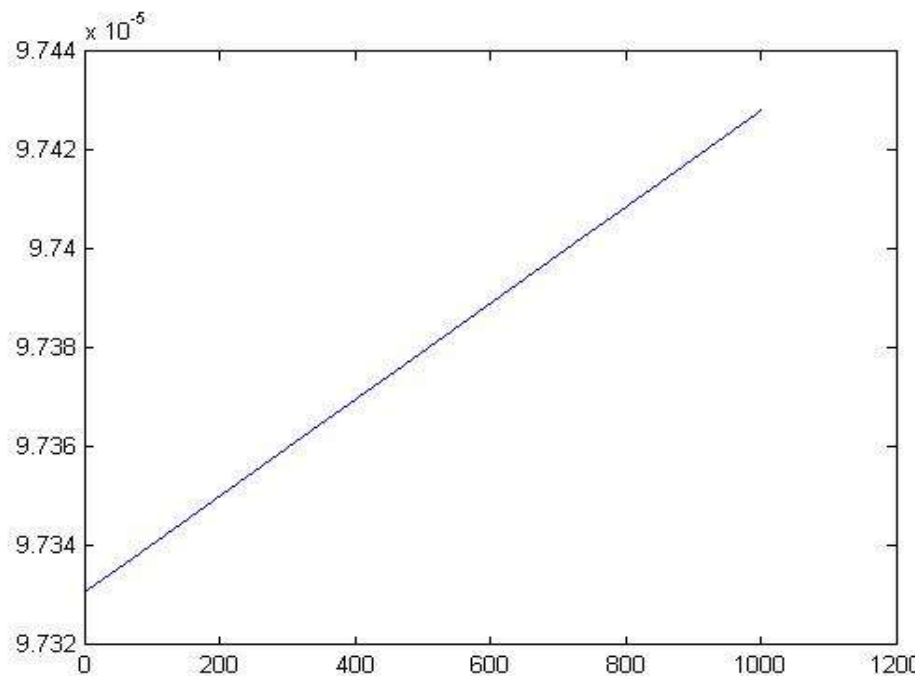
# Результаты

Явный метод Рунге-Кутты второго порядка аппроксимации						
	$\eta$	$\Delta p$	$\Delta x$	$\Delta H$	$\Delta p$	$\Delta x$
Без стабилизации	0.001	0,0292	0,0292	$9,7 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-8}$	$2,9 \cdot 10^{-8}$
	0.01	1,5289	1,5289	0,1191	$3,5 \cdot 10^{-5}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$
	0.1	-	-	-	-	-
Третий способ стабилизации (1 этап)	0.001	0,292	0,292	$5 \cdot 10^{-6}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$
	0.01	1,4131	1,4131	$5,3 \cdot 10^{-4}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
	0.1	1,2724	1,2724	0,0852	0,0513	1,0513
Третий способ стабилизации (2 этапа)	0.001	0,0174	0,0174	$8 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-8}$
	0.01	1,3547	1,3538	$8,1 \cdot 10^{-4}$	$6,8 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
	0.1	1,6606	1,4536	0,3138	0,1380	0,4939

# Графики зависимости дисбаланса полной энергии системы от времени за 1000 периодов



Графики зависимости дисбаланса полной энергии системы от времени для одного 1000-го периода.





# Выводы

1) Метод стабилизации позволяет существенно уменьшить дисбаланс полной энергии системы.

2) Третий способ стабилизации является наиболее предпочтительным.

**Спасибо за внимание!**