



Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра вычислительных методов

Диплом на тему:

Математическое моделирование макроэкономических процессов в России

Бувальцев С.А.
Научный руководитель:
Куркина Е.С.

Москва, 2013

Выбор модели

динамическая модель

описание экономических циклов

инновации как причина появления циклов

несоответствие между спросом и предложением

возможность подбора параметров и исследование поведения на макроэкономике России

Основные цели

Построение математической модели долгосрочной динамики с ключевыми макроэкономическими показателями

Проведение параметрического анализа модели

- Нахождение и исследование стационарного состояния модели
- Исследование устойчивости стационарного состояния;
- Нахождение и исследование бифуркации Андронова-Хопфа
- Проведение двухпараметрического анализа
- Построение границы области колебаний

Проведение экономического анализа циклов

Применение модели к современной экономике Евросоюза

Исследование поведения модели в условиях Российской макроэкономической системы

Основные переменные модели

Обозначение	Описание	Ед. изм.
F	Ликвидные активы банков и компаний	Денежная
H	Запасы товаров	Физическая
K	Капитал	Физическая
L	Количество занятых работников (труд)	Миллионы трудящихся
M	Объем потребительской денежной массы	Денежная
p	Цена	Денежной
w	Заработная плата	Денежная
G_{inv}	Доля инвестиций производителя	Нет единицы измерения

Вспомогательные переменные модели

Обозначение	Описание	Ед. изм.
C	Потребительский расход (потребление)	Физическая
D	Общий спрос	Физическая
Div	Дивиденды	Денежная
I	Инвестиции	Физическая
L_d	Оптимальный спрос на труд	Число рабочих
L_e	Текущий спрос на труд	Число рабочих
S	Доступные запасы	Денежная
Y	Продукция (производство)	Физическая
Π	Валовая прибыль	Денежная
Π_n	Чистая прибыль	Денежная

Базовые параметры модели

Обозначение	Описание
A	Общая производительность
e_{full}	Равновесный уровень занятости
L_{max}	Общее число рабочих
y_{save}	Коэффициент сбережений (доля)
v	Финансовая рентабельность
ρ	Требуемая доходность на капитал
τ_{dep}	Время амортизации капитала
α_{inv}	Коэффициент инвестиций производителя
α_F	Доля используемых ликвидных активов производителя
α_M	Доля используемой денежной массы потребителя
α_p	Ценовой коэффициент
τ_{empl}	Временная характеристика занятости
τ_{wage}	Временная характеристика заработной платы

Математическая модель

$$\frac{dF}{dt} = \Pi + S - Div - pI$$

$$\frac{dH}{dt} = Y - D$$

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{K}{\tau_{dep}} + I$$

$$\frac{dL}{dt} = (L_e - L) / \tau_{empl}$$

$$\frac{dM}{dt} = (wL + Div) - (pC + S)$$

$$\frac{dp}{dt} = -p\alpha_p \frac{H}{D}$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\left(\frac{L}{L_{max}} - e_{full}\right)w}{\tau_{wage}}$$

$$\frac{dG_{inv}}{dt} = \alpha_{inv}(\gamma_{max} - G_{inv})(G_{inv} - \gamma_{min})\left(\left(\frac{\Pi_n}{pK}\right) - v\right)$$

Вспомогательные уравнения

$$Y = AL^\lambda K^{1-\lambda}$$

$$L_d = \frac{8p^3 A^3 K}{27w^3}$$

$$L_e = \min(L_{max}, L_d)$$

$$C = \frac{(1 - y_{save})\alpha_M M}{p}$$

$$S = y_{save}\alpha_M M$$

$$I = \frac{G_{inv}\alpha_F F}{p}$$

$$Div = \alpha_F F - pI$$

$$D = C + I$$

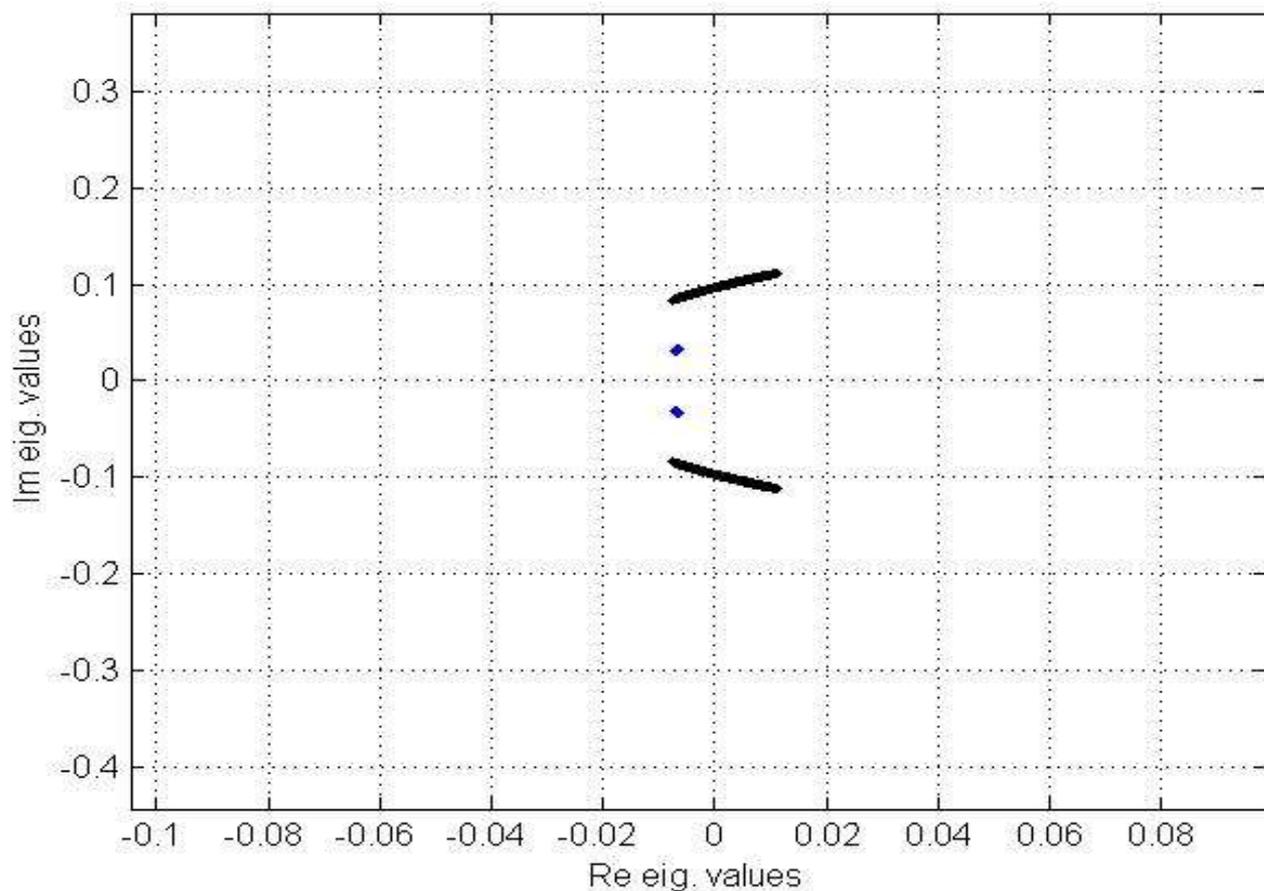
$$\Pi_n = \Pi - \frac{pK}{\tau_{dep}}$$

$$\Pi = pD - wL$$

Стационарное состояние модели с параметрами для Евросоюза

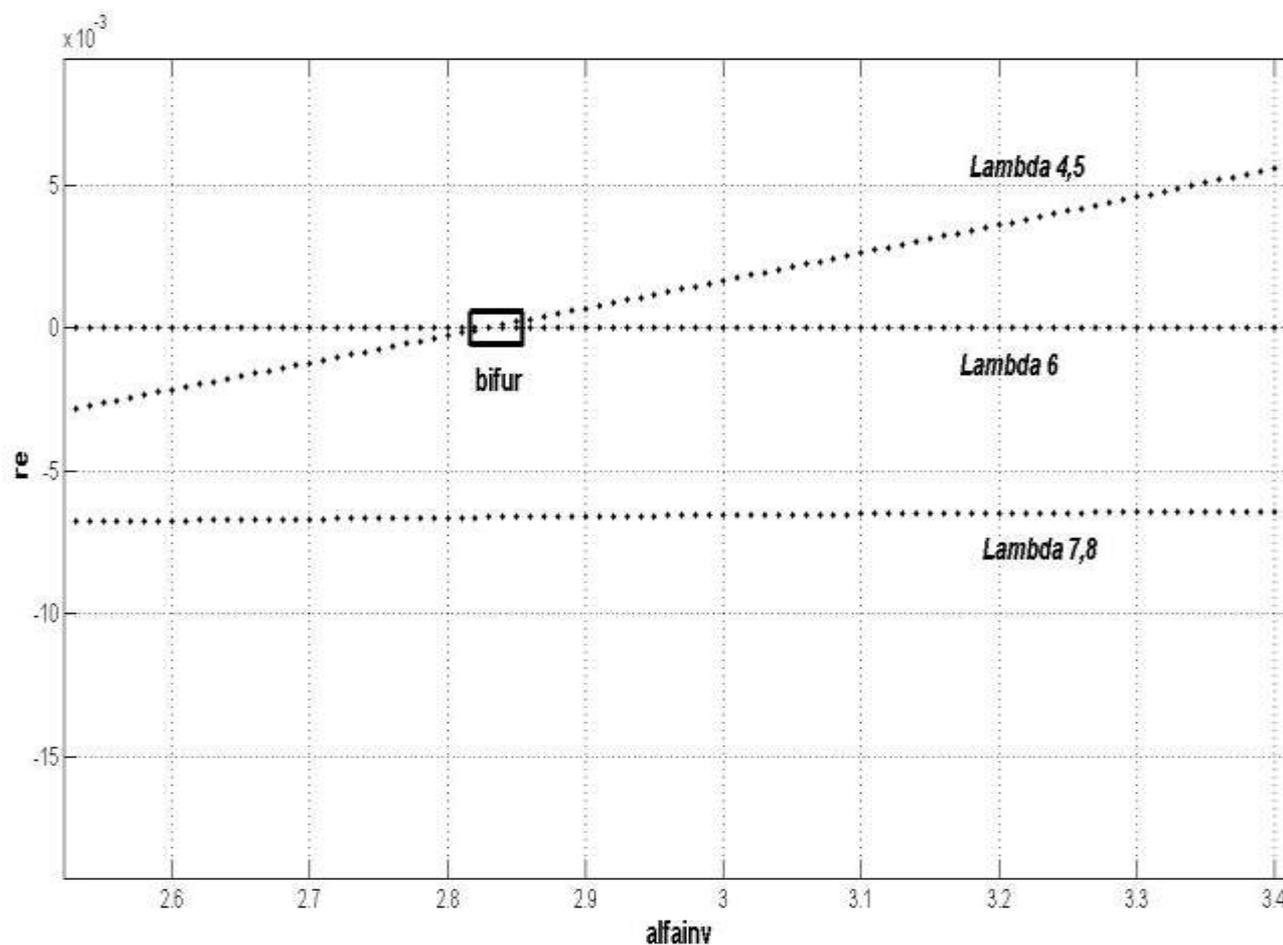
- $F = 32$ трлн. евро
 - $M = 53$ трлн. евро
 - $w = 0.039$ трлн. евро
 - $G_{inv} = 0.31$
 - $H = 0$
 - $L = 162$ млн. человек
 - $p = 1$
 - $K = 39$ трлн. евро
- найдены аналитически
 - найдены методом Ньютона

Переход пары комплексно-сопряженных собственных значений через мнимую ось



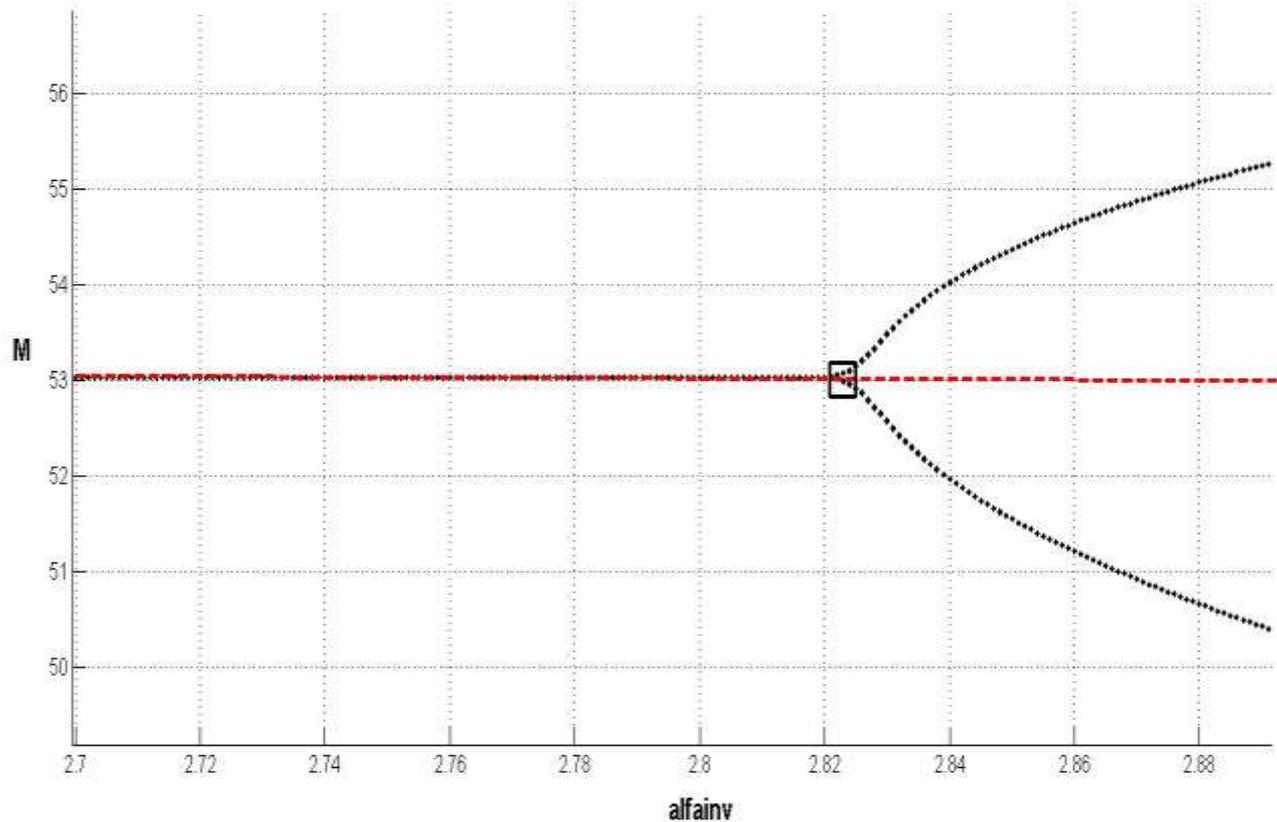
Активный параметр – коэффициент инвестиций α_{inv}

Переход действительной части пары комплексно-сопряженных собственных значений через ноль



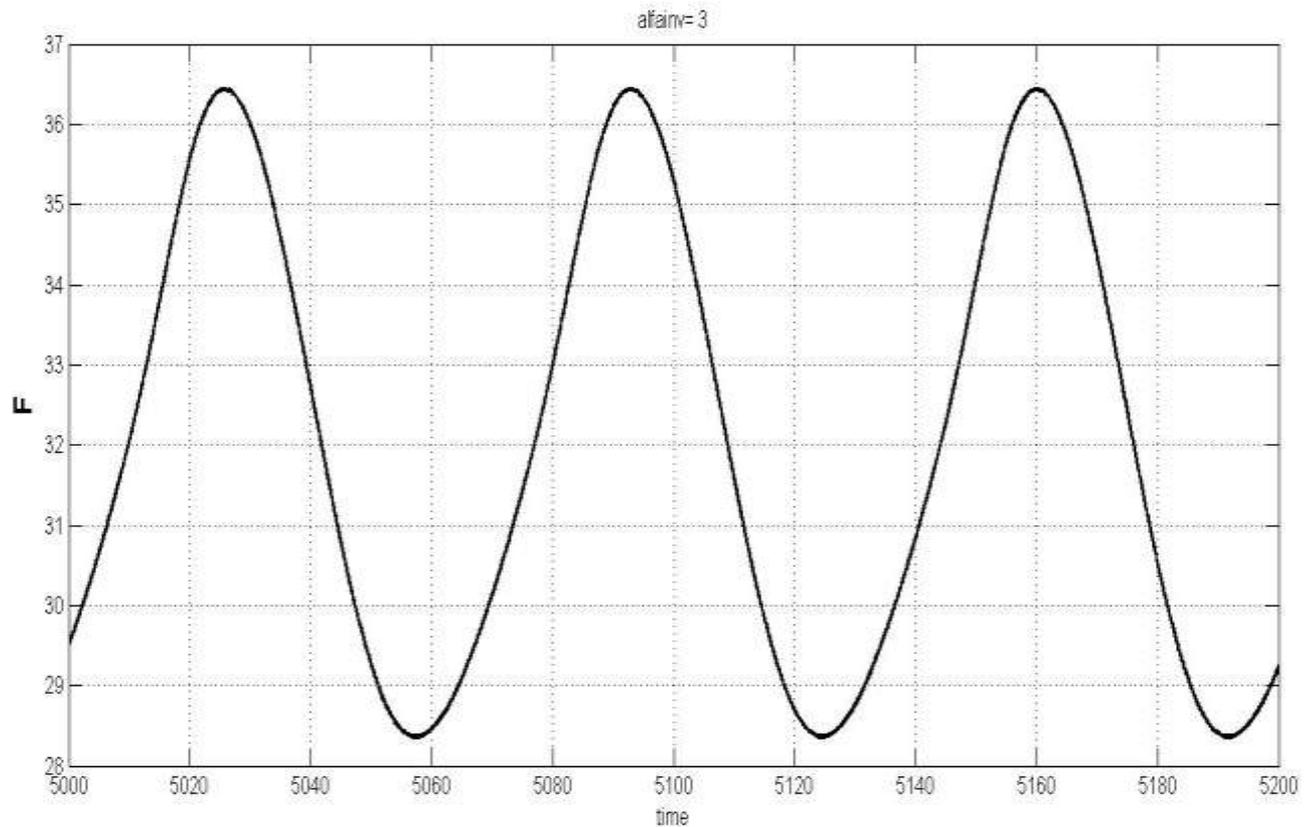
Активный параметр – коэффициент инвестиций α_{inv}

Бифуркационная диаграмма



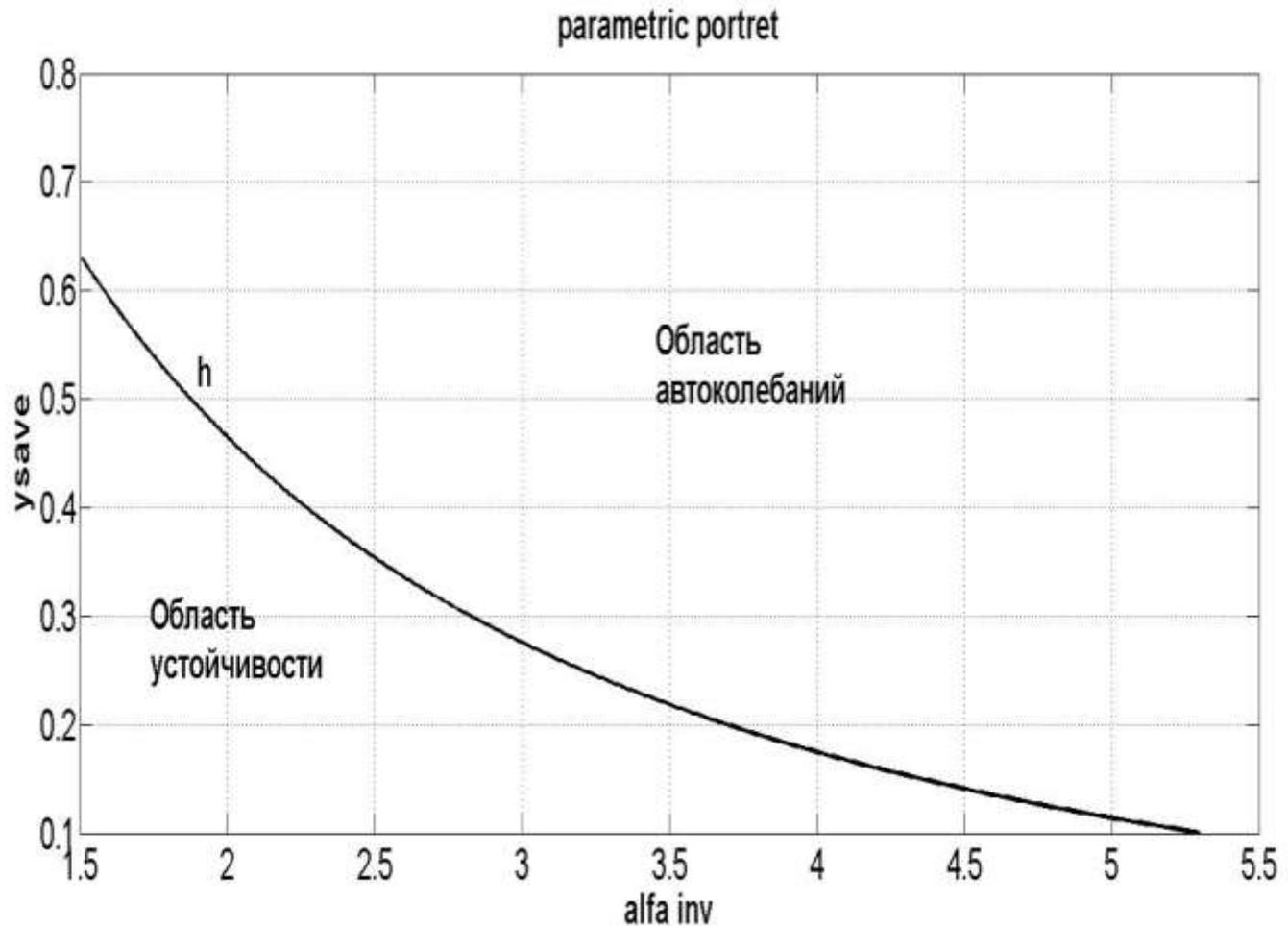
Активный параметр – коэффициент инвестиций α_{inv}
Пример для переменной денежная масса M

График колебаний



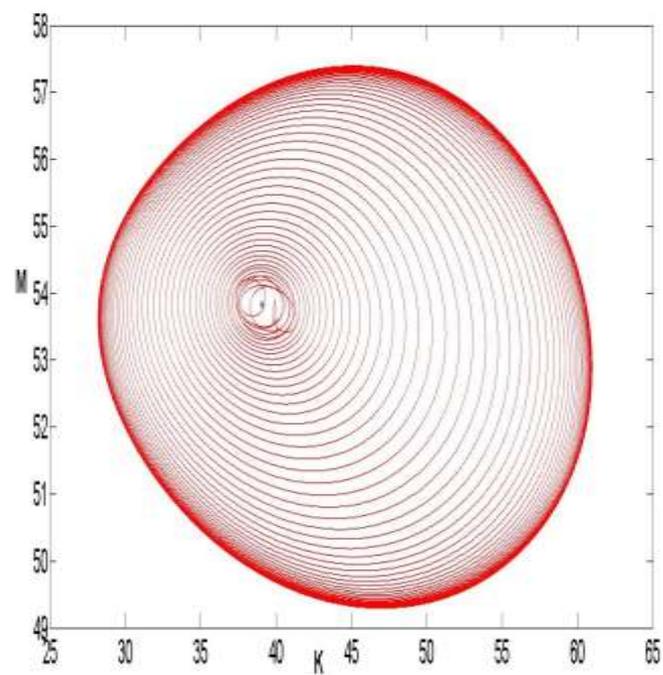
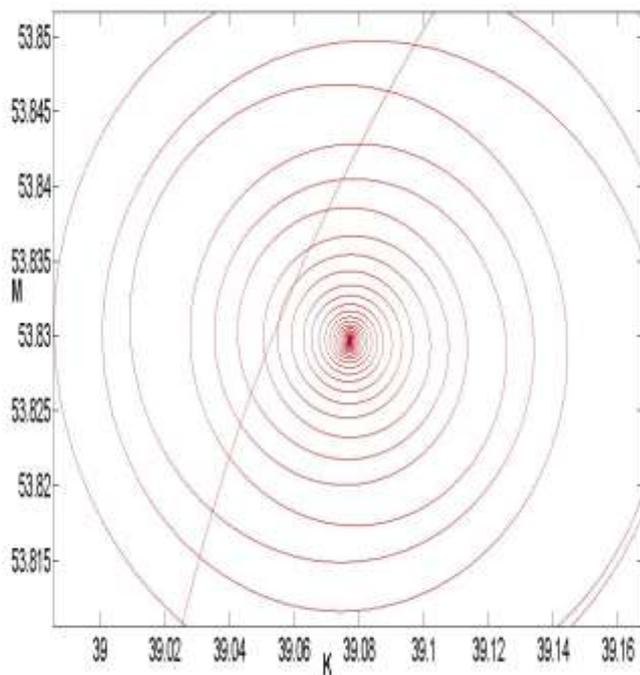
Пример колебаний переменной ликвидные активы (F)

Параметрический портрет



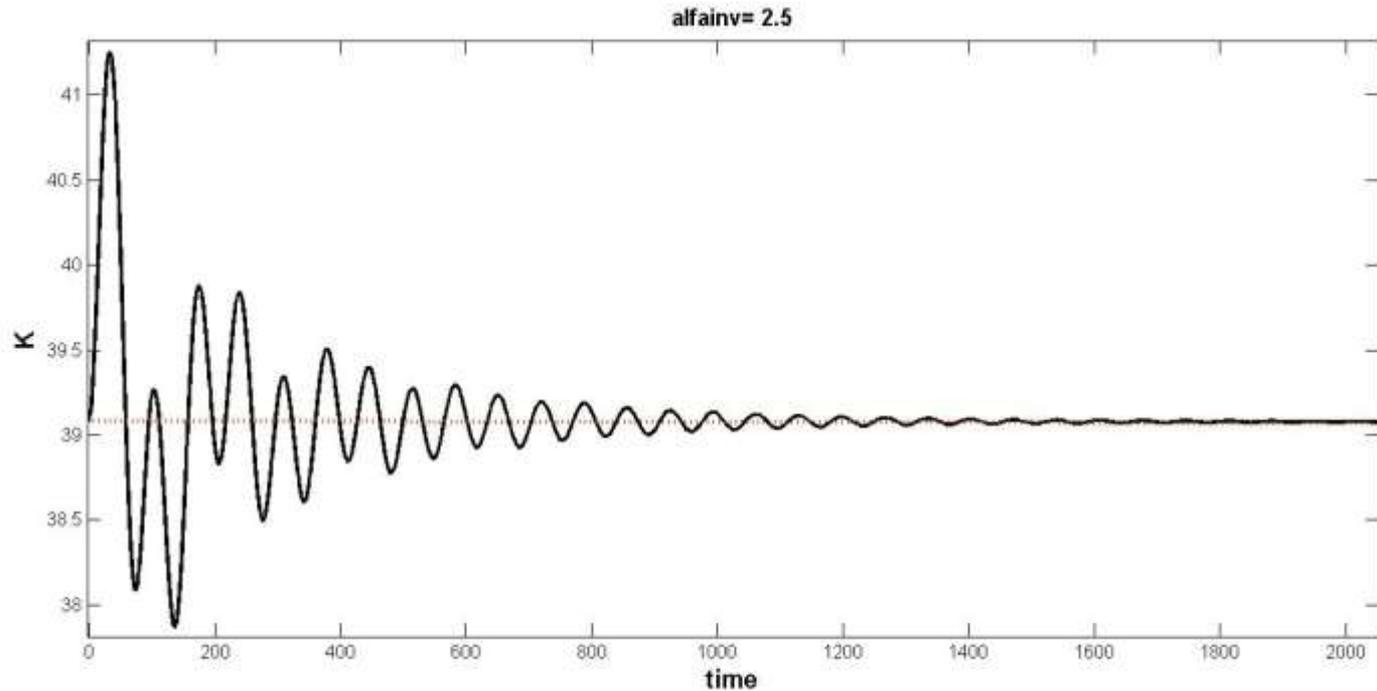
Фазовый портрет

- Область устойчивости стационарного состояния
- Область автоколебаний



Пример для переменных – капитал (K) и денежная масса (M)

Выход колебаний на стационар



Пример для переменной капитал (K)

Проблемы применения в условиях макроэкономики России

Теневая экономика

Коррупция

Вывоз капитала

Неконтролируемая миграция

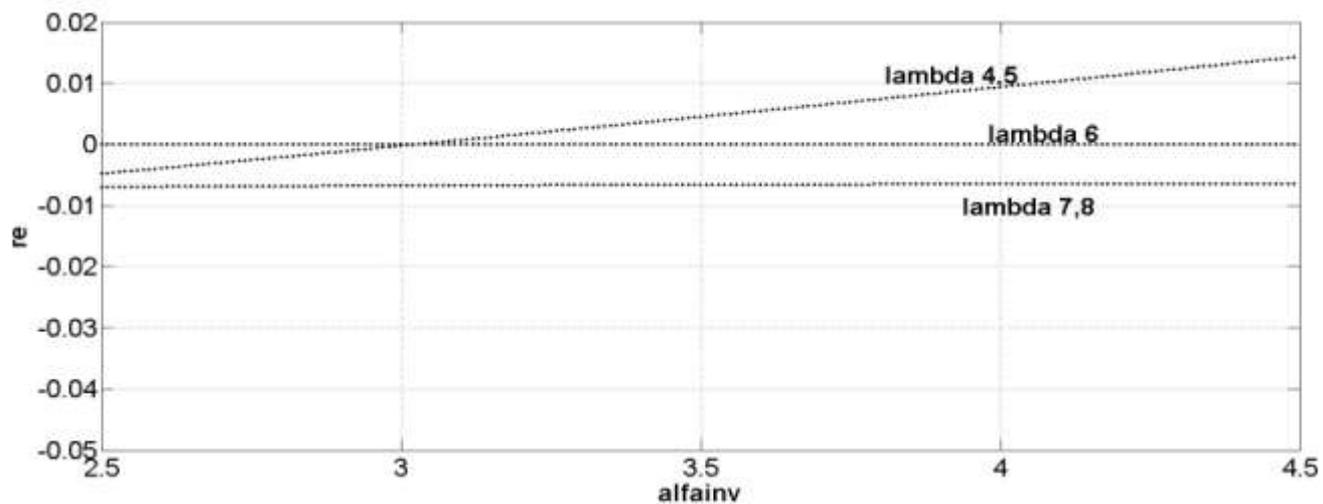
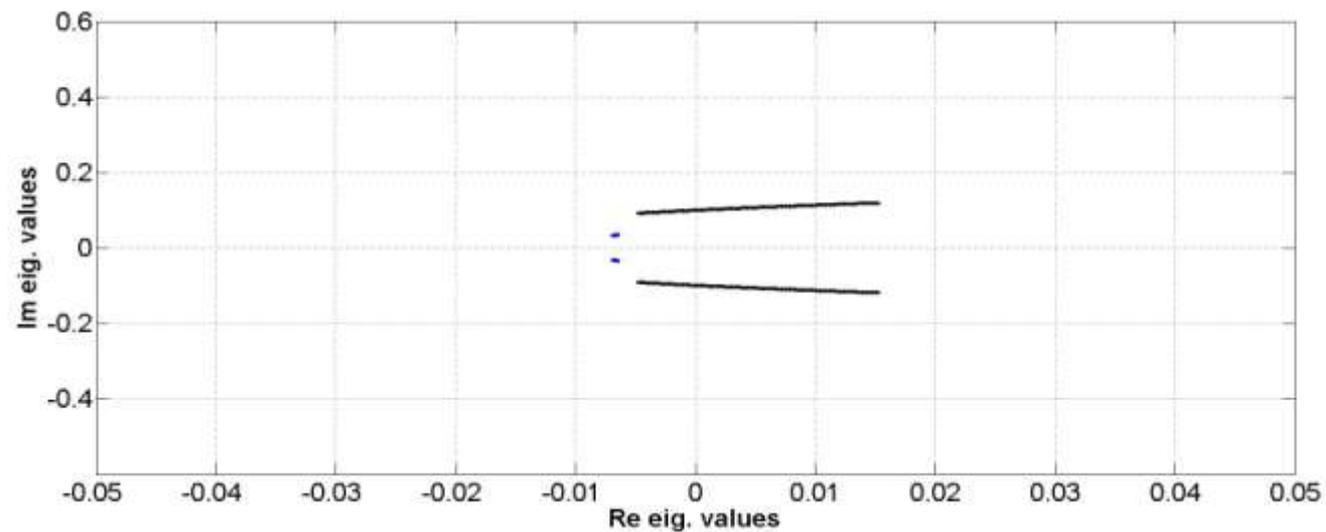
Проблема поиска данных по макропоказателям

Стационарное состояние модели с параметрами для России

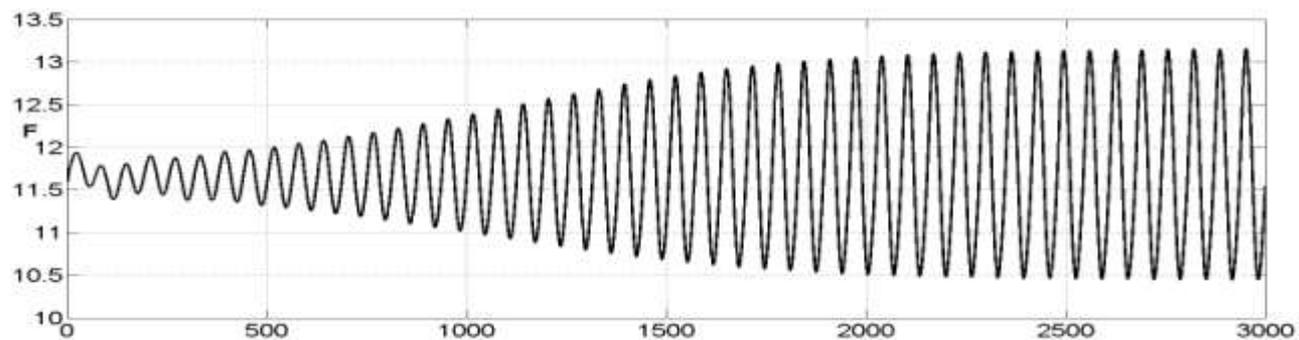
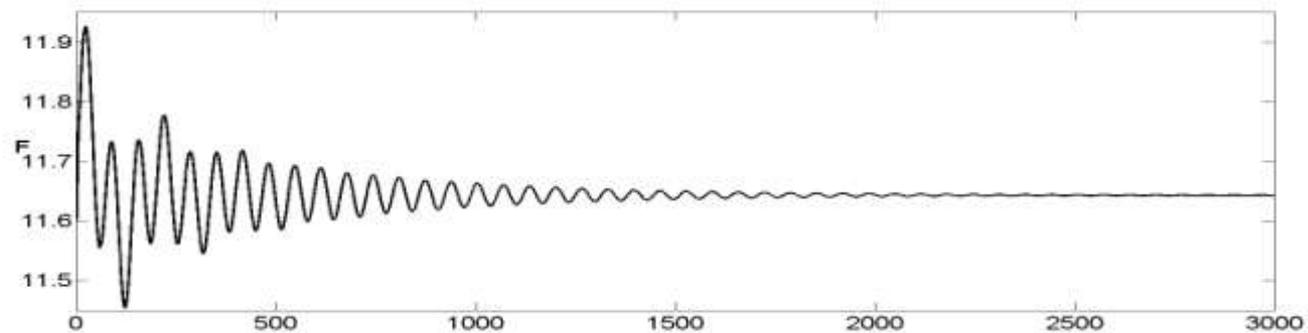
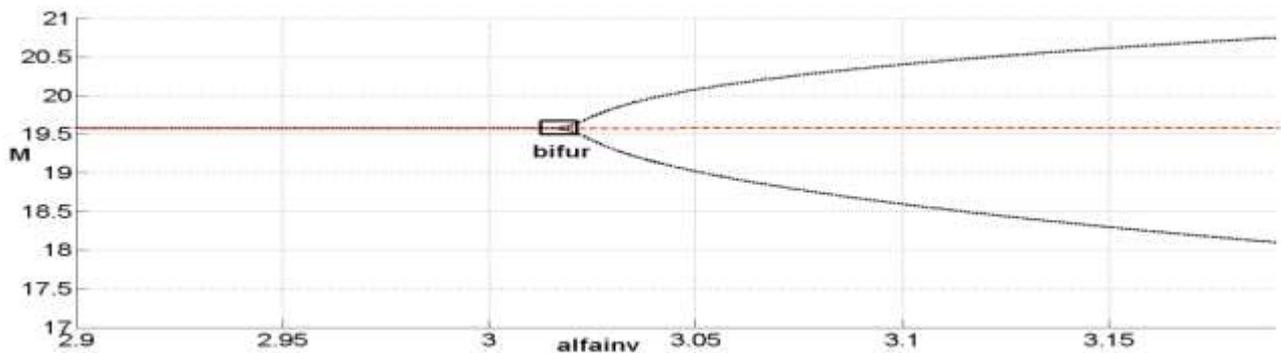
- $F = 12$ трлн. евро
- $M = 20$ трлн. евро
- $w = 0.039$ трлн. евро
- $G_{inv} = 0.31$
- $H = 0$
- $L = 60$ млн. человек
- $p = 1$
- $K = 14$ трлн. евро

Применение в условиях макроэкономики России

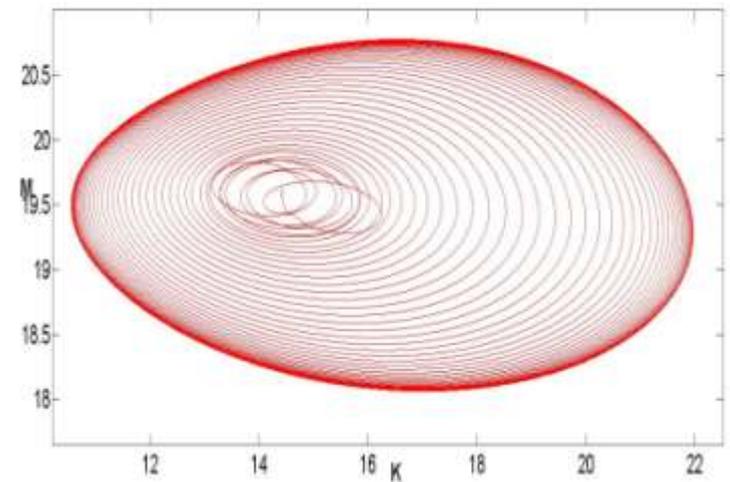
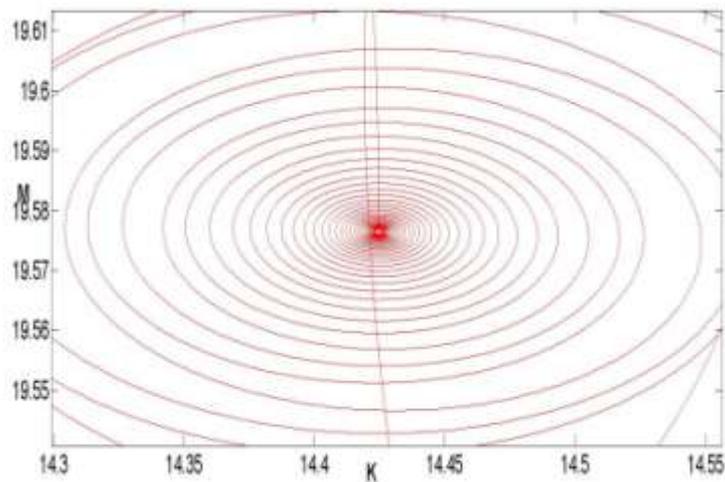
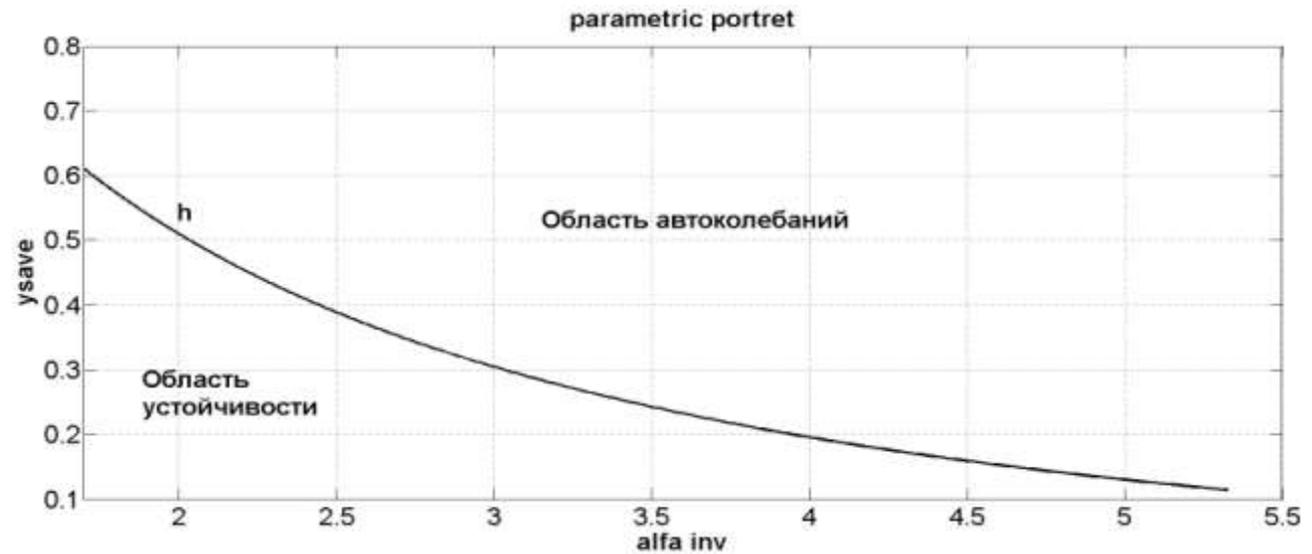
Активный параметр – коэффициент инвестиций α_{inv}



Применение в условиях макроэкономики России



Применение в условиях макроэкономики России



Вывод

Модель

- Хорошо описывает глобальные экономические процессы и может быть адаптирована для применения в прогнозировании развития долгосрочных макроэкономических процессов

Результаты

Построена математическая модель долгосрочной динамики с ключевыми макроэкономическими показателями

Проведен параметрический анализ модели

- Найдено стационарное состояние модели
- Исследована устойчивость стационарного состояния;
- Выявлена бифуркация Андронова-Хопфа и найдены точки бифуркации
- Проведен двухпараметрический анализ
- Построена граница области колебаний

Проведен экономический анализ циклов

Модель применена к современной экономике Евросоюза

Исследовано поведение модели в условиях Российской макроэкономической системы



**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**