

# Математическое моделирование динамики роста среднего класса в Армении

Кишмирян Арсен

ВМК МГУ М.В. Ломоносова

Научный руководитель д.социол.н., к.ф.-м.н. В.А.  
Шведовский

# Динамика роста среднего класса

$$\begin{pmatrix} V1_{n+1} \\ V2_{n+1} \\ V3_{n+1} \\ V4_{n+1} \\ V5_{n+1} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} K11 \cdot V1_n + K21 \cdot V2_n - K41 \cdot V4_n - K15 \cdot V1_n + b + K51 \cdot V5_n \\ K12 \cdot V1_n - K22 \cdot V2_n - K42 \cdot V4_n + b1 \\ K23 \cdot V2_n + K43 \cdot V4_n - K33 \cdot V3_n - K13 \cdot V1_n + K53 \cdot V5_n + d \\ -K14 \cdot V1_n - K34 \cdot V3_n - K44 \cdot V4_n + a \\ K55 \cdot V5_n + K15 \cdot V1_n - (K51 + K53) \cdot V5_n + c \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V1_{2008} \\ V2_{2008} \\ V3_{2008} \\ V4_{2008} \\ V5_{2008} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.033 \\ 0.267 \\ 0.2 \\ 0.15 \\ 0.35 \end{pmatrix}$$

**V1** - продуктивная часть среднего класса (НТ - специалисты, учёные, изобретатели)

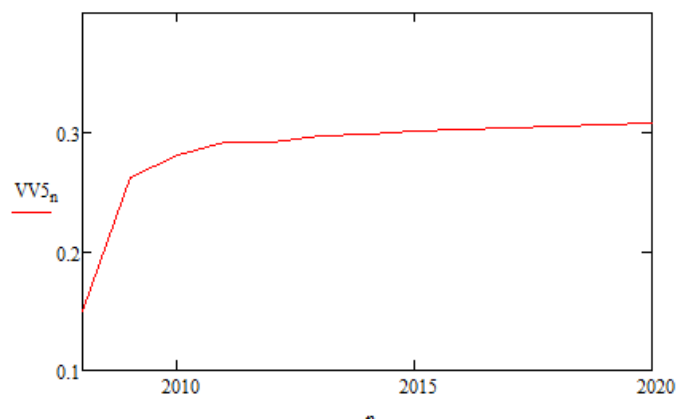
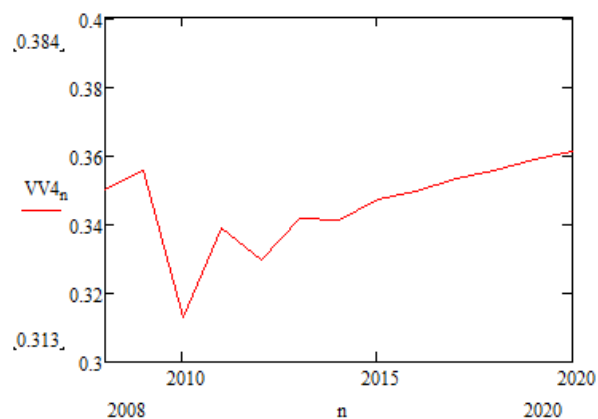
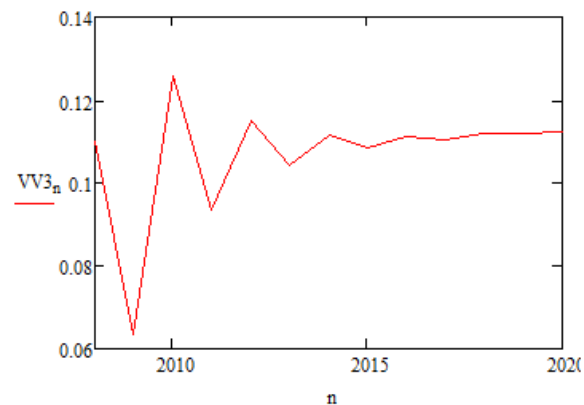
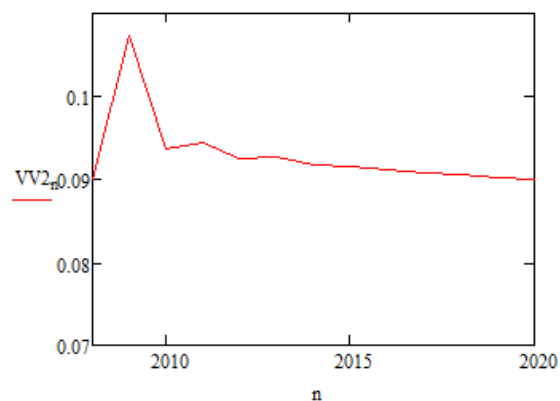
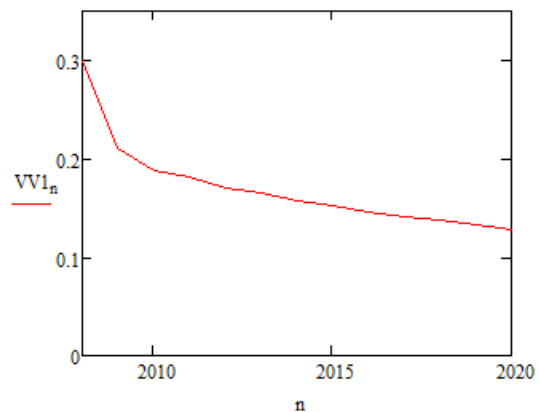
**V2** - продуктивная часть среднего класса (бизнесмены(малый и средний бизнес), менеджеры среднего и нижнего уровня)

**V3** - "жить не в Армении, работая кем угодно" - внутренние эмигранты

**V4** - "чем спокойнее и стабильнее рабочее место, тем лучше" - не стремящиеся к карьере

**V5** - "чем больше платят, тем больше работаю" - наемные работники

# Графики роста слоев



# Устойчивость решения

$$M1 := \begin{pmatrix} K11 & -K21 & 0 & -K41 & K51 \\ -K12 & -K22 & 0 & -K42 & 0 \\ -K13 & -K23 & K33 & K43 & K53 \\ -K14 & 0 & K34 & -K44 & 0 \\ K15 & 0 & 0 & 0 & K55 \end{pmatrix}$$

$$K11 := 0.82 \quad K12 := 0.17 \quad K13 := 0.012 \quad K14 := 0.013 \quad K15 := 0.1$$

$$K21 := 0.35 \quad K22 := 0.05 \quad K23 := 0.37$$

$$K33 := 0.52 \quad K34 := 0.025$$

$$K41 := 0.15 \quad K42 := 0.03 \quad K43 := 0.11 \quad K44 := 0.6$$

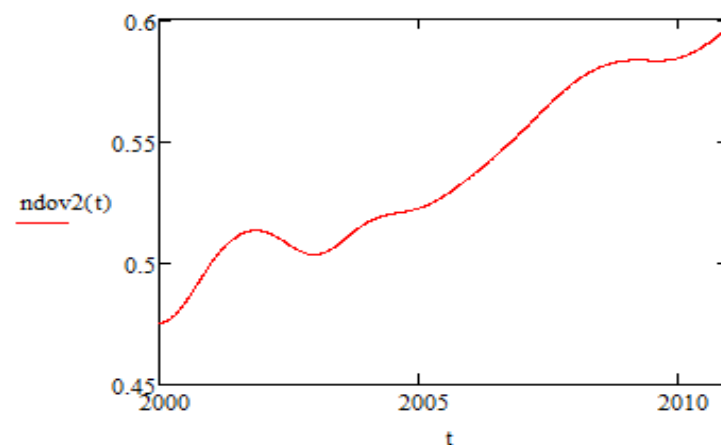
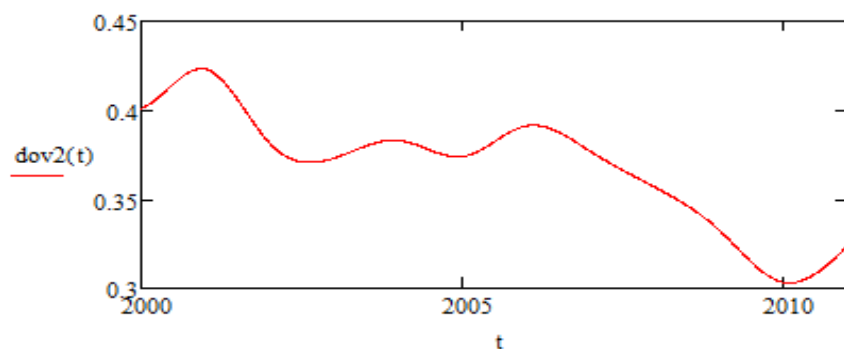
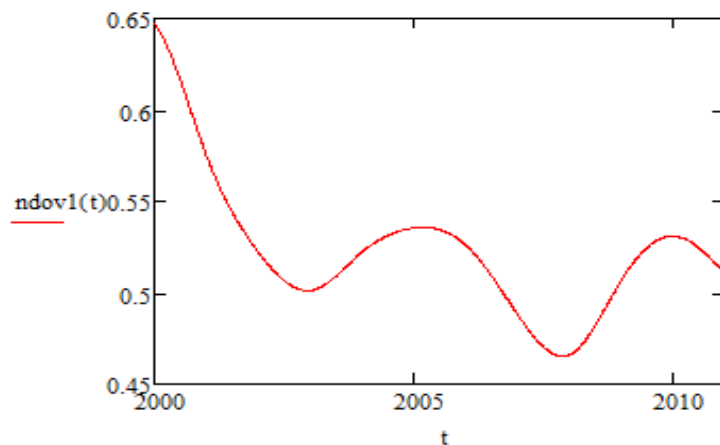
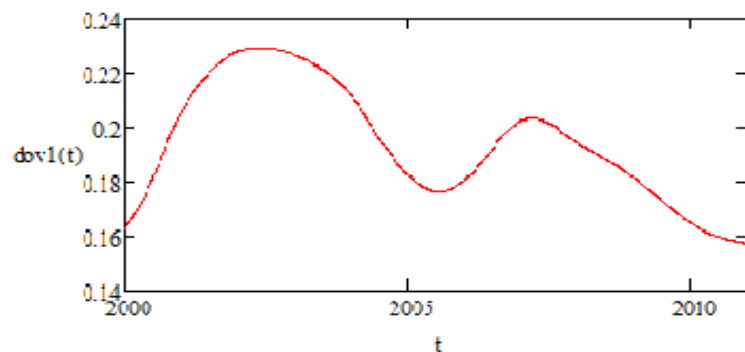
$$K51 := 0.12 \quad K53 := 0.24 \quad K55 := 0.23$$

$$\text{eigenvals}(M1) = \begin{pmatrix} 0.901 \\ -0.603 \\ -0.117 \\ 0.215 \\ 0.524 \end{pmatrix}$$

$$\text{conde}(M1) = 16.249$$

Устойчивость по Лагранжу

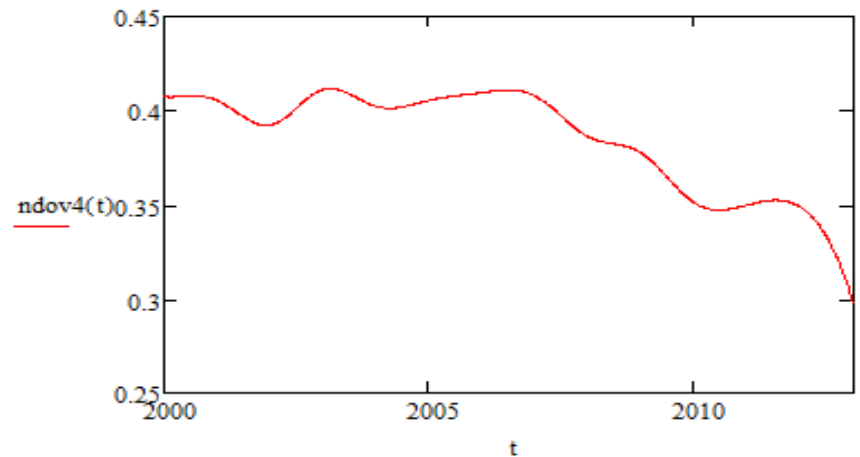
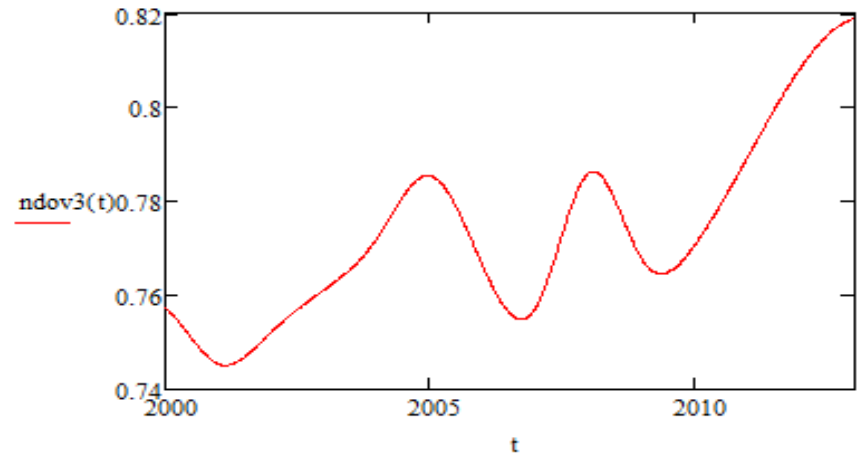
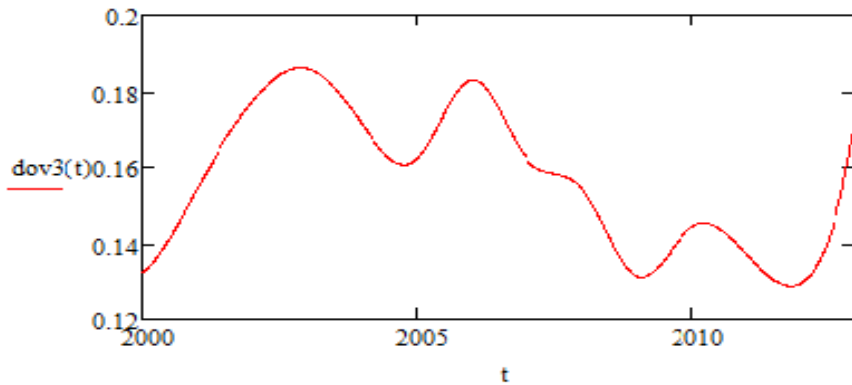
# Функции доверия и недоверия



$dov1(t)$ ,  $ndov1(t)$  – функции доверия и недоверия слоя V1

$dov2(t)$ ,  $ndov2(t)$  – функции доверия и недоверия слоя V2

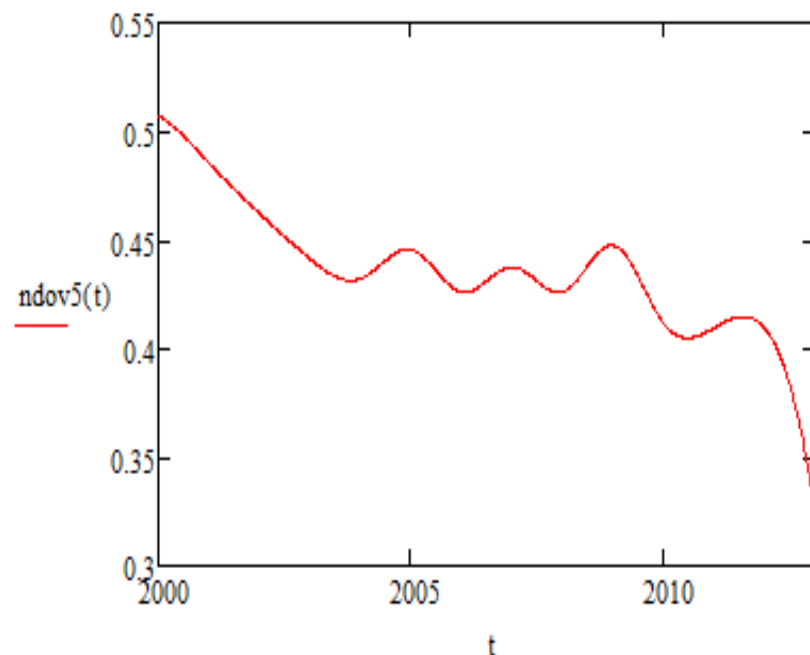
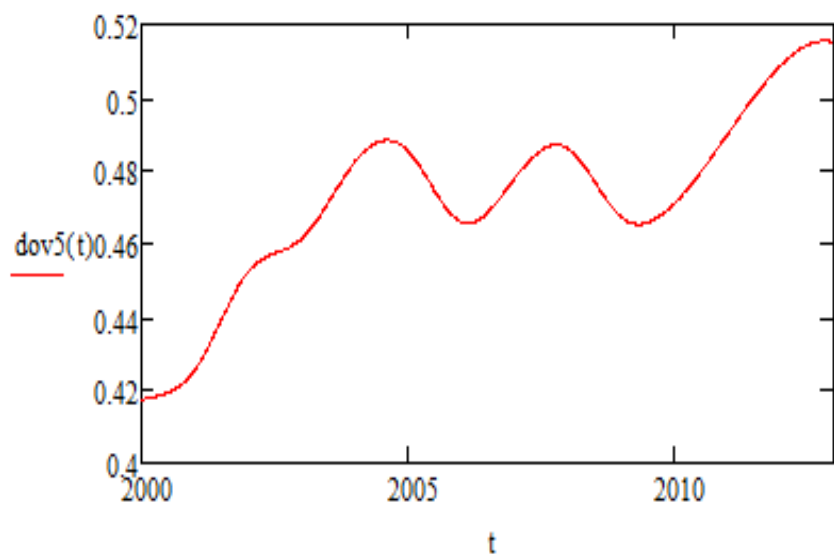
# Функции доверия и недоверия



$dov3(t)$ ,  $ndov3(t)$  – функции доверия и недоверия слоя V3

$dov4(t)$ ,  $ndov4(t)$  – функции доверия и недоверия слоя V4

# Функции доверия и недоверия



$dov5(t)$ ,  $ndov5(t)$  – функции доверия и недоверия слоя V5

# Матрица переходных вероятностей для V1

$$A1 := \begin{pmatrix} 0.087232 & 0.303768 & 0.408281 & 0.132080 & 0.064768 \\ 0.168361 & 0.302324 & 0.368805 & 0.133265 & 0.047245 \\ 0.138893 & 0.461761 & 0.248146 & 0.130259 & 0.011972 \\ 0.133702 & 0.495747 & 0.247404 & 0.109274 & 0.024122 \\ 0.120781 & 0.352650 & 0.212685 & 0.127593 & 0.021504 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvals}(A1) = \begin{pmatrix} 0.9998123347 \\ -0.1054787792 + 0.0290540672i \\ -0.1054787792 - 0.0290540672i \\ 0.0123056371 \\ -0.0326804134 \end{pmatrix}$$

$$\text{conde}(A1) = 133.901$$

Система устойчива по Лагранжу, условие Рауса-Гурвица выполняется лишь для первого минора



# Марковость

$$P1 = \begin{pmatrix} 0.0872483735 & 0.31182357812 & 0.41087975347 & 0.13526357848 & 0.05478471643 \\ 0.16407317683 & 0.30238074639 & 0.36163208286 & 0.13297637722 & 0.03893761671 \\ 0.13806633805 & 0.4710967594 & 0.24819257715 & 0.13257983991 & 0.01006448548 \\ 0.13060419016 & 0.49700953517 & 0.24316439584 & 0.10929451079 & 0.01992736804 \\ 0.14284423211 & 0.42804890966 & 0.25309001486 & 0.15450880705 & 0.02150803631 \end{pmatrix}$$

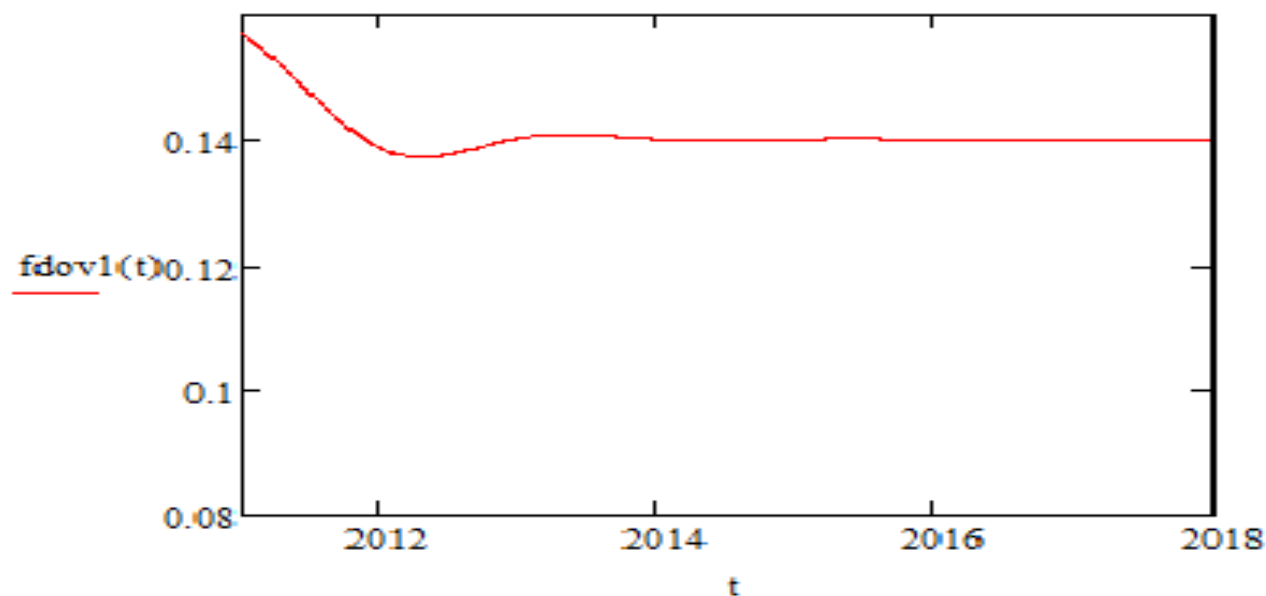
$$|P1| = -4.817 \times 10^{-6} \quad P1_{0,0} \cdot P1_{1,1} \cdot P1_{2,2} \cdot P1_{3,3} \cdot P1_{4,4} = 1.539 \times 10^{-5}$$

Необходимое и достаточное условия марковости процесса для размерности матрицы больше 2:

$$\prod_{i=1}^N P_{ii}(T) \geq \det(P(T)) > 0$$

Марковость есть!

# Прогнозная функция доверия для группы V1



Прогнозируется на основе Марковских цепей

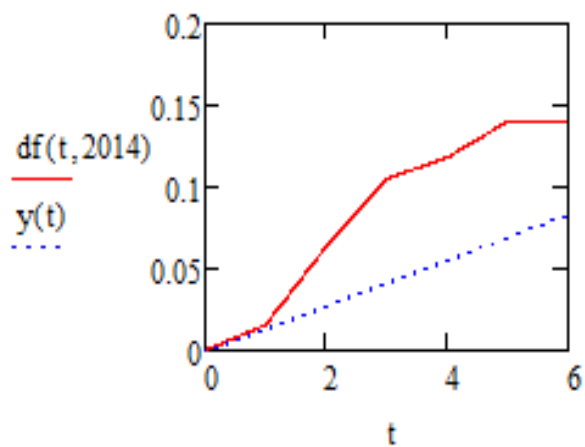
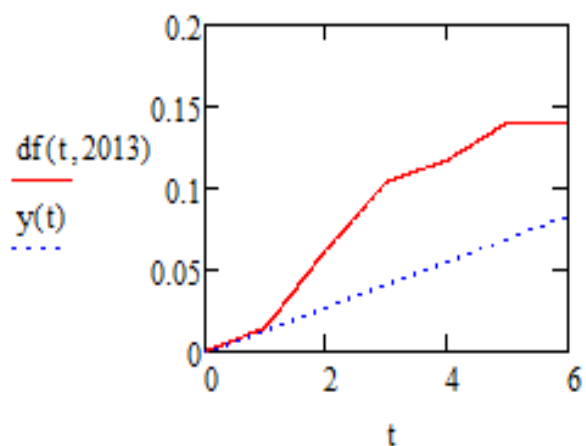
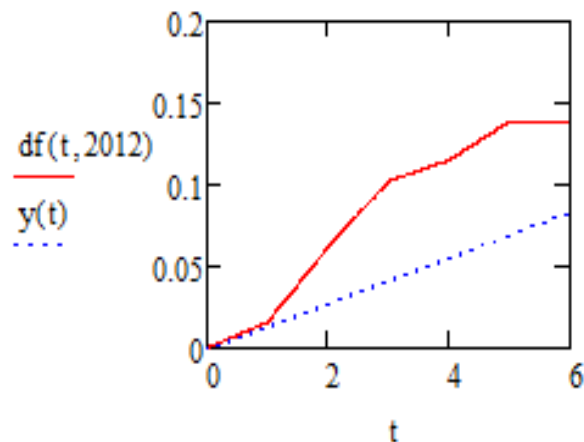
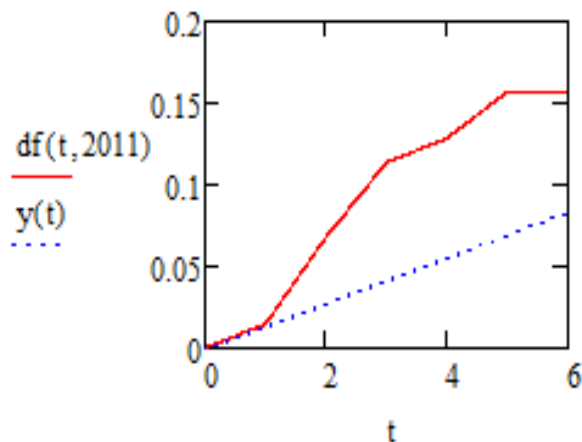
# Построение кумулятивной функции с учетом доверия $V_i$ в порядке 3-4-5-2-1

$$DV1_n := VV1_n \cdot fdov1(n) \quad DV2_n := VV2_n \cdot fdov1(n) \quad DV3_n := VV3_n \cdot fdov1(n) \quad DV4_n := VV4_n \cdot fdov1(n) \quad DV5_n := VV5_n \cdot fdov1(n)$$

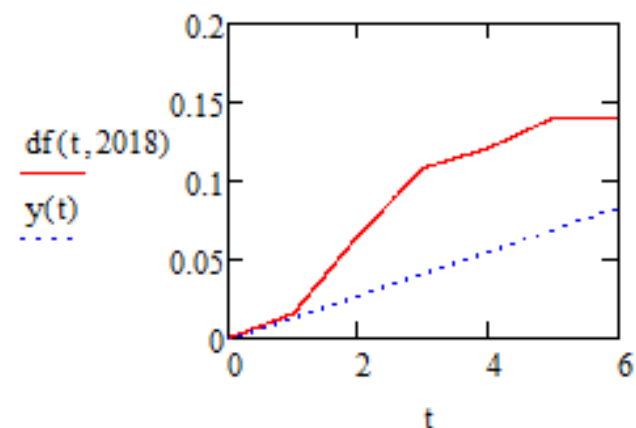
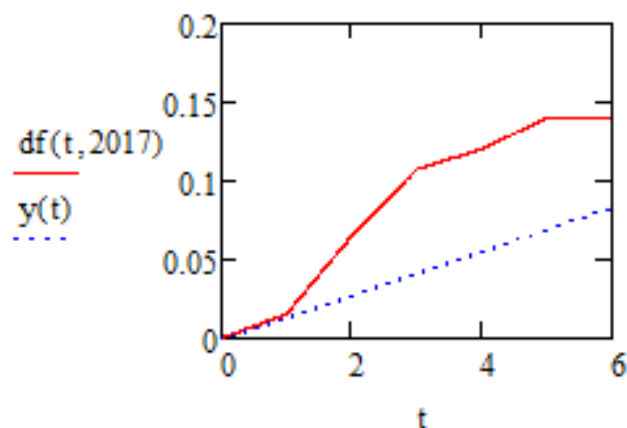
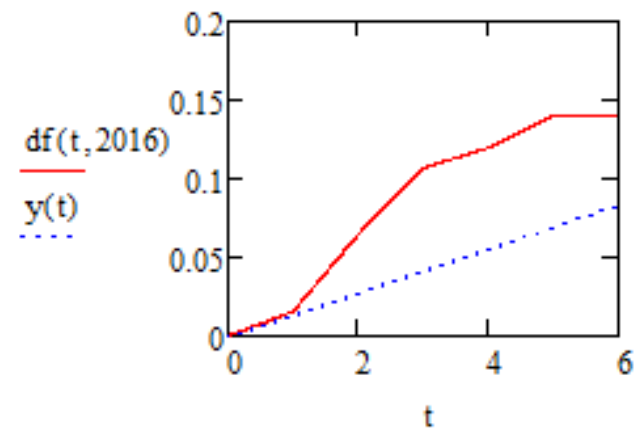
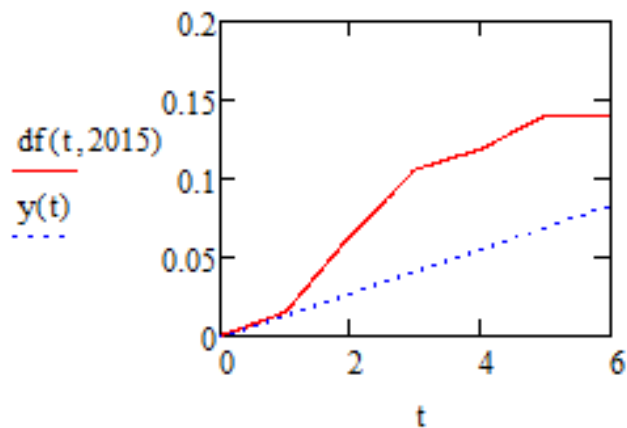
$$DX3_n := DV3_n \quad DX4_n := DX3_n + DV4_n \quad DX5_n := DX4_n + DV5_n \quad DX2_n := DX5_n + DV2_n \quad DX1_n := DX2_n + DV1_n$$

$$df(t, n) := \begin{cases} t \cdot DX3_n & \text{if } 0 \leq t \leq 1 \\ DX3_n + (t - 1) \cdot DV4_n & \text{if } 1 \leq t \leq 2 \\ DX4_n + (t - 2) \cdot DV5_n & \text{if } 2 \leq t \leq 3 \\ DX5_n + (t - 3) \cdot DV2_n & \text{if } 3 \leq t \leq 4 \\ DX2_n + (t - 4) \cdot DV1_n & \text{if } 4 \leq t \leq 5 \\ DX1_n & \text{if } 5 \leq t \leq 6 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

# Возможные социальные взрывы



# Возможные социальные взрывы



# Моделирование социально-экономических показателей

- $M$  – капитал
- $L$  – численность людей занятых в экономике
- $I$  – информационная составляющая
- $G$  – индекс социального неравенства Джини
- $r$  – процентная ставка кредита
- $l$  – средняя заработная плата
- $h$  – усредненная цена одного автоматизированного места
- $F$  – внутренний валовой продукт страны

# Моделирование социально-экономических показателей

Для построенной Н.Д. Кондратьевым упрощенной модели экономической динамики представлено связывание факторов роста (M, L, I) производства и роста дохода (F) в экономике уравнением в ч.п.п., которое осуществлено на основе общих теоретико-экономических и математических соображений

Выдвигается гипотеза, что можно составить в общем случае нелинейное уравнение

$$\Phi(M, L, I, F(M, L, I), p, l, h) = 0,$$

$$\text{где } \partial F / \partial M = p, \partial F / \partial L = l, \partial F / \partial I = h$$

$$\Phi = F - \Delta F - \beta(1 - G)/2$$

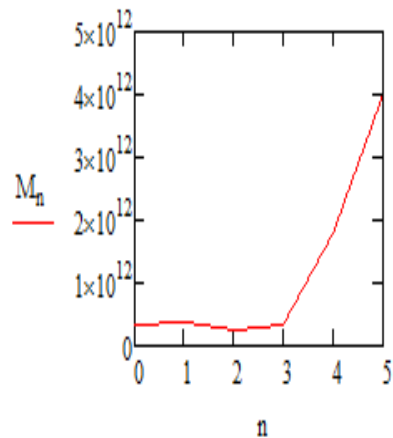
где,  $\Delta F = kF$ , где  $k$  – это доля вывозимого капитала,  $G$  - индекс социального неравенства Джини

# Основные социально-экономические показатели

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{n+2} = u_{51} \cdot G_{n+1} + u_{55} \cdot G_n + u_{50} \\ M_{n+2} = u_6 \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot v_6 \cdot \frac{G_{n+1} - G_n}{p_{n+1} - p_n} + (1-k) \cdot \frac{F_{n+1} - F_n}{p_{n+1} - p_n} \right] + M_{n+1} \\ L_{n+2} = u_7 \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot v_7 \cdot \frac{G_{n+1} - G_n}{l_{n+1} - l_n} + (1-k) \cdot \frac{F_{n+1} - F_n}{l_{n+1} - l_n} \right] + L_{n+1} \\ I_{n+2} = u_8 \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot v_8 \cdot \frac{G_{n+1} - G_n}{h_{n+1} - h_n} + (1-k) \cdot \frac{F_{n+1} - F_n}{h_{n+1} - h_n} \right] + I_{n+1} \\ p_{n+2} = -u_9 \cdot \left[ 2 \cdot p_n \cdot (1-k) + \frac{1}{2} \cdot v_9 \cdot \beta \cdot \left[ \frac{G_{n+1} - G_n}{M_{n+1} - M_n} + \frac{p_n \cdot (G_{n+1} - G_n)}{F_{n+1} - F_n} \right] \right] + p_{n+1} \\ l_{n+2} = -u_{10} \cdot \left[ 2 \cdot p_n \cdot (1-k) + \frac{1}{2} \cdot v_{10} \cdot \beta \cdot \left[ \frac{G_{n+1} - G_n}{L_{n+1} - L_n} + \frac{l_n \cdot (G_{n+1} - G_n)}{F_{n+1} - F_n} \right] \right] + l_{n+1} \\ h_{n+2} = -u_{11} \cdot \left[ 2 \cdot p_n \cdot (1-k) + \frac{1}{2} \cdot v_{11} \cdot \beta \cdot \left[ \frac{G_{n+1} - G_n}{I_{n+1} - I_n} + \frac{h_n \cdot (G_{n+1} - G_n)}{F_{n+1} - F_n} \right] \right] + h_{n+1} \\ F_{n+2} = p_n \cdot (M_{n+1} - M_n) + l_n \cdot v_{12} \cdot (L_{n+1} - L_n) + u_{12} \cdot \frac{p_n \cdot \left( \frac{h_{n+1} - h_n}{L_{n+1} - L_n} - \frac{l_{n+1} - l_n}{I_{n+1} - I_n} \right) + l_n \cdot \left( \frac{p_{n+1} - p_n}{I_{n+1} - I_n} - \frac{h_{n+1} - h_n}{M_{n+1} - M_n} \right)}{\frac{p_{n+1} - p_n}{L_{n+1} - L_n} - \frac{l_{n+1} - l_n}{M_{n+1} - M_n}} \times \\ \times (I_{n+1} - I_n) + F_{n+1} \end{array} \right.$$

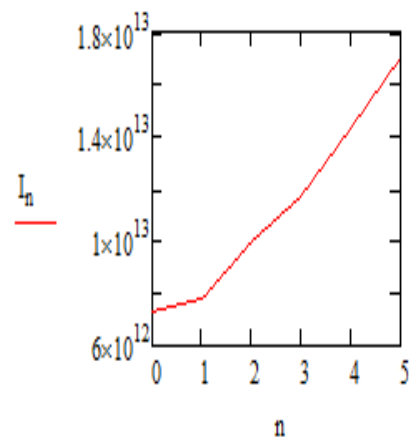


# Результаты прогнозирования



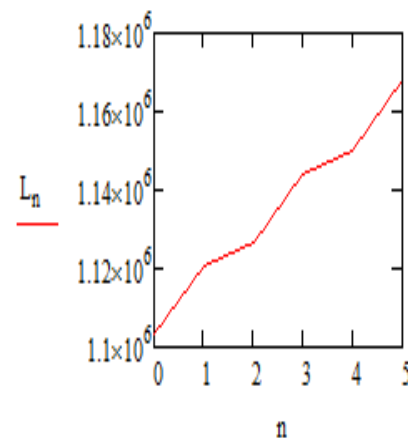
$M_n =$

$3.177 \cdot 10^{11}$
$3.764 \cdot 10^{11}$
$2.541 \cdot 10^{11}$
$3.427 \cdot 10^{11}$
$1.772 \cdot 10^{12}$
$4.013 \cdot 10^{12}$



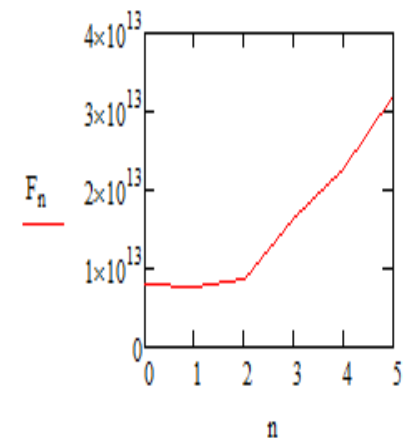
$I_n =$

$7.35 \cdot 10^{12}$
$7.823 \cdot 10^{12}$
$1.003 \cdot 10^{13}$
$1.168 \cdot 10^{13}$
$1.425 \cdot 10^{13}$
$1.7 \cdot 10^{13}$



$L_n =$

$1.103 \cdot 10^6$
$1.121 \cdot 10^6$
$1.127 \cdot 10^6$
$1.144 \cdot 10^6$
$1.15 \cdot 10^6$
$1.168 \cdot 10^6$

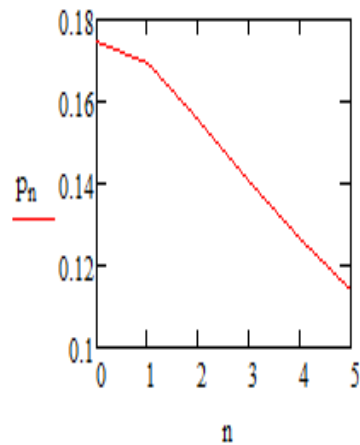


$F_n =$

$8.146 \cdot 10^{12}$
$7.776 \cdot 10^{12}$
$8.767 \cdot 10^{12}$
$1.649 \cdot 10^{13}$
$2.272 \cdot 10^{13}$
$3.204 \cdot 10^{13}$

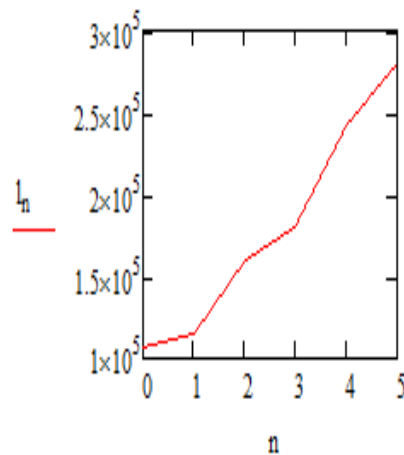
$N = 0 \dots 5$ , начальные данные для модели 2012 – 2014 г.

# Результаты прогнозирования



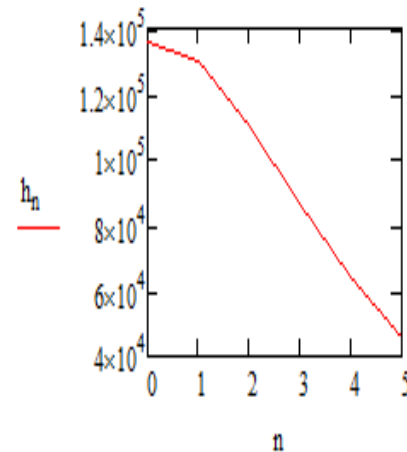
$p_n =$

0.175
0.169
0.155
0.141
0.127
0.114



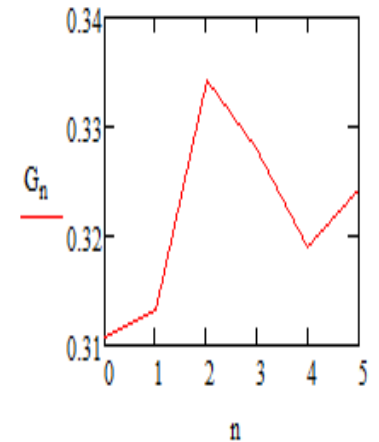
$l_n =$

$1.06 \cdot 10^5$
$1.15 \cdot 10^5$
$1.596 \cdot 10^5$
$1.799 \cdot 10^5$
$2.415 \cdot 10^5$
$2.8 \cdot 10^5$



$h_n =$

$1.362 \cdot 10^5$
$1.302 \cdot 10^5$
$1.102 \cdot 10^5$
$8.649 \cdot 10^4$
$6.436 \cdot 10^4$
$4.589 \cdot 10^4$



$G_n =$

0.311
0.313
0.334
0.328
0.319
0.324

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**