

Математическое моделирование динамики роста среднего класса в Армении

Кишмирян Арсен

ВМК МГУ М.В. Ломоносова

Научный руководитель д.социол.н., к.ф.-м.н. В.А.
Шведовский

Динамика роста среднего класса

$$\begin{pmatrix} V1_{n+1} \\ V2_{n+1} \\ V3_{n+1} \\ V4_{n+1} \\ V5_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K11 \cdot V1_n + K21 \cdot V2_n - K41 \cdot V4_n - K15 \cdot V1_n + b + K51 \cdot V5_n \\ K12 \cdot V1_n - K22 \cdot V2_n - K42 \cdot V4_n + b1 \\ K23 \cdot V2_n + K43 \cdot V4_n - K33 \cdot V3_n - K13 \cdot V1_n + K53 \cdot V5_n + d \\ -K14 \cdot V1_n - K34 \cdot V3_n - K44 \cdot V4_n + a \\ K55 \cdot V5_n + K15 \cdot V1_n - (K51 + K53) \cdot V5_n + c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V1_{2008} \\ V2_{2008} \\ V3_{2008} \\ V4_{2008} \\ V5_{2008} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.033 \\ 0.267 \\ 0.2 \\ 0.15 \\ 0.35 \end{pmatrix}$$

V1 - продуктивная часть среднего класса (ИТ - специалисты, учёные, изобретатели)

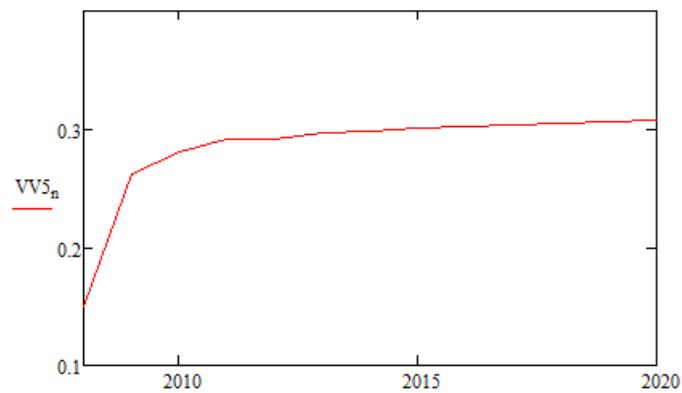
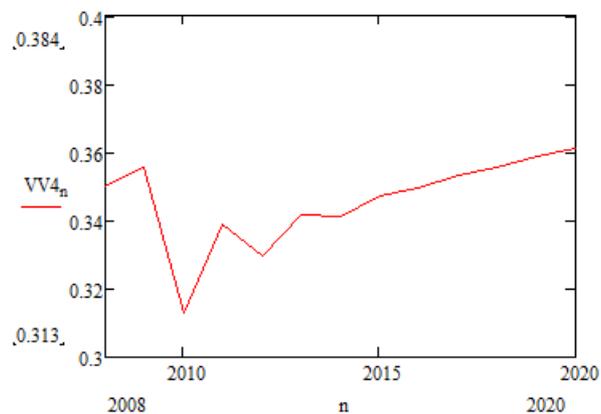
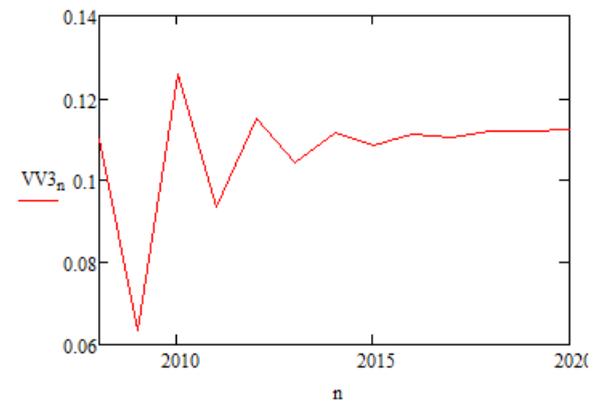
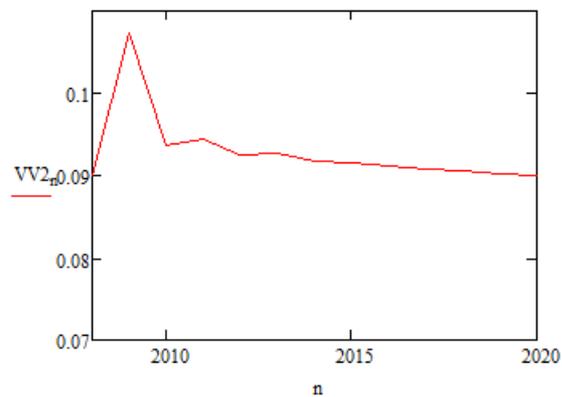
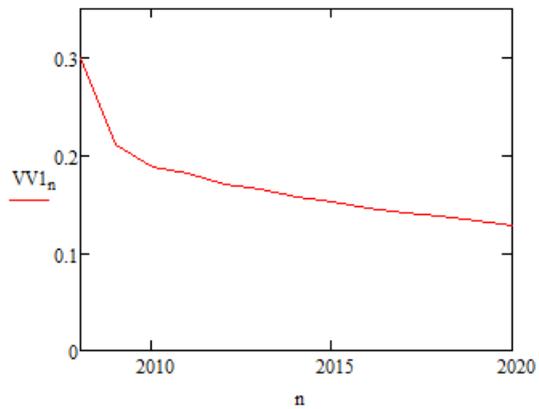
V2 - продуктивная часть среднего класса (бизнесмены(малый и средний бизнес), менеджеры среднего и нижнего уровня)

V3 - "жить не в Армении, работая кем угодно" - внутренние эмигранты

V4 - "чем спокойнее и стабильнее рабочее место, тем лучше" - не стремящиеся к карьере

V5 - "чем больше платят, тем больше работаю" - наемные работники

Графики роста слоев



Устойчивость решения

$$M1 := \begin{pmatrix} K11 & -K21 & 0 & -K41 & K51 \\ -K12 & -K22 & 0 & -K42 & 0 \\ -K13 & -K23 & K33 & K43 & K53 \\ -K14 & 0 & K34 & -K44 & 0 \\ K15 & 0 & 0 & 0 & K55 \end{pmatrix}$$

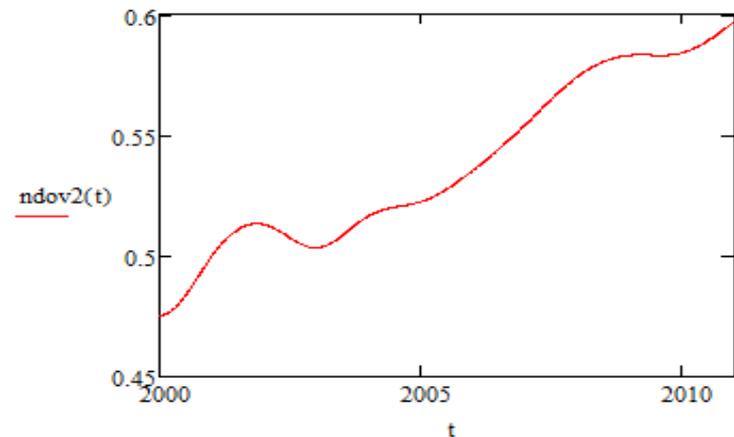
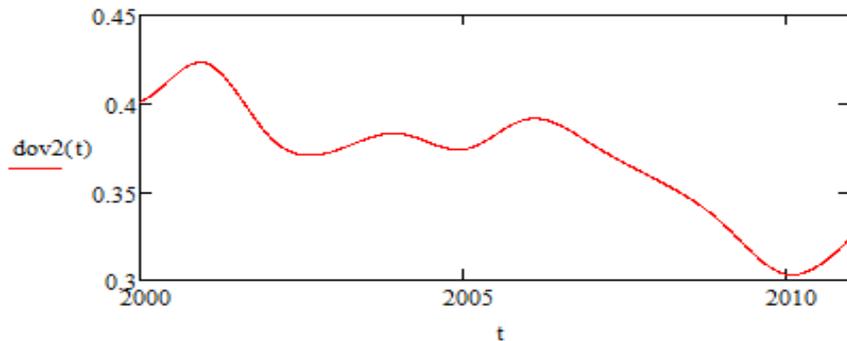
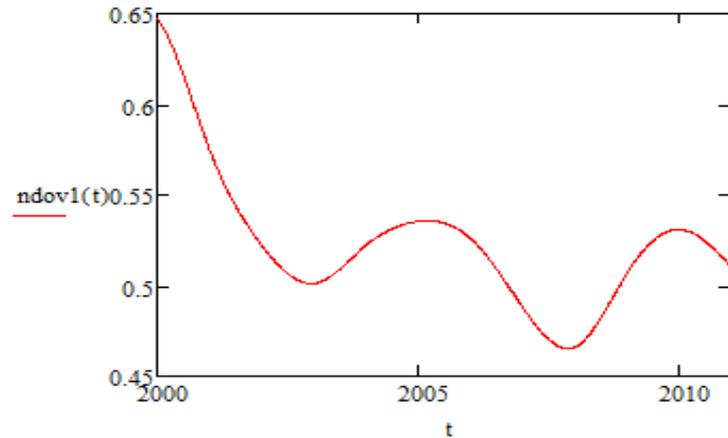
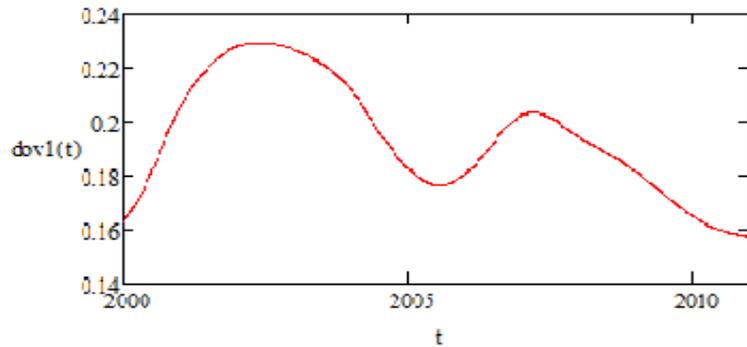
$$\begin{aligned} K11 &:= 0.82 & K12 &:= 0.17 & K13 &:= 0.012 & K14 &:= 0.013 & K15 &:= 0.1 \\ K21 &:= 0.35 & K22 &:= 0.05 & K23 &:= 0.37 & & & & \\ K33 &:= 0.52 & K34 &:= 0.025 & & & & & & \\ K41 &:= 0.15 & K42 &:= 0.03 & K43 &:= 0.11 & K44 &:= 0.6 & & \\ K51 &:= 0.12 & & & K53 &:= 0.24 & & & K55 &:= 0.23 \end{aligned}$$

$$\text{eigenvals}(M1) = \begin{pmatrix} 0.901 \\ -0.603 \\ -0.117 \\ 0.215 \\ 0.524 \end{pmatrix}$$

$$\text{conde}(M1) = 16.249$$

Устойчивость по Лагранжу

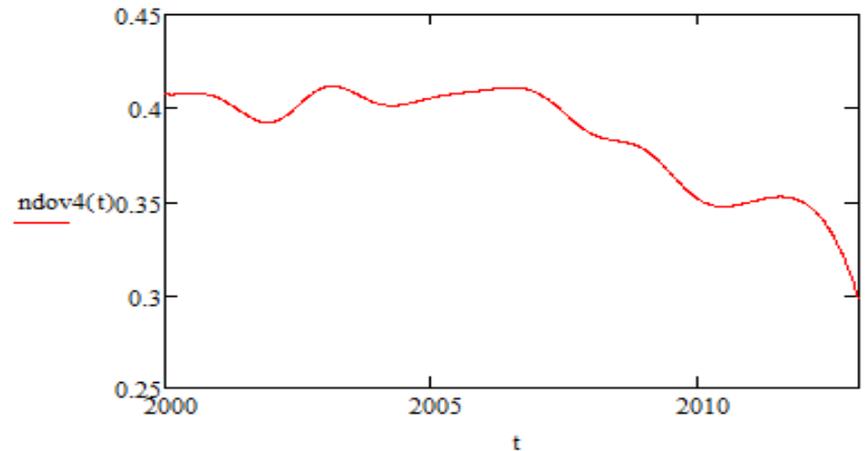
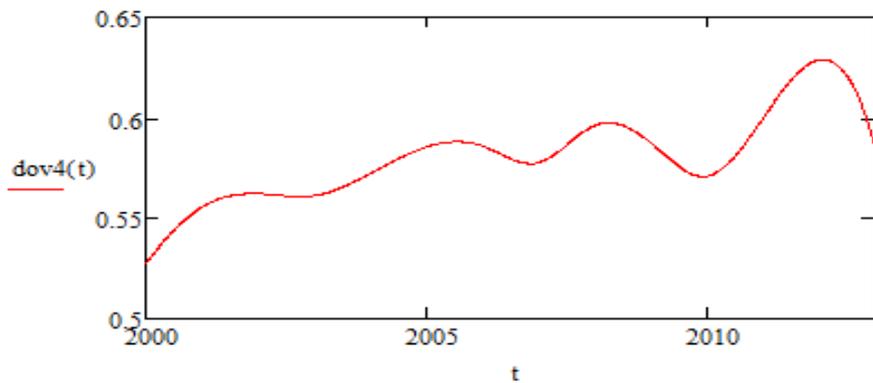
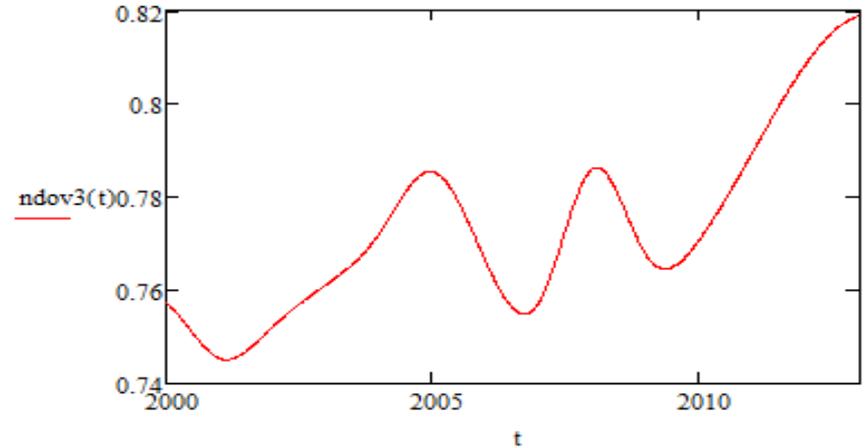
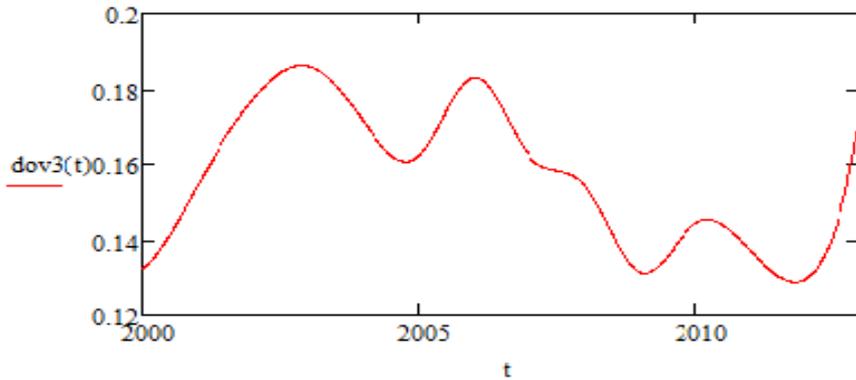
Функции доверия и недоверия



$dov1(t)$, $ndov1(t)$ – функции доверия и недоверия слоя V1

$dov2(t)$, $ndov2(t)$ – функции доверия и недоверия слоя V2

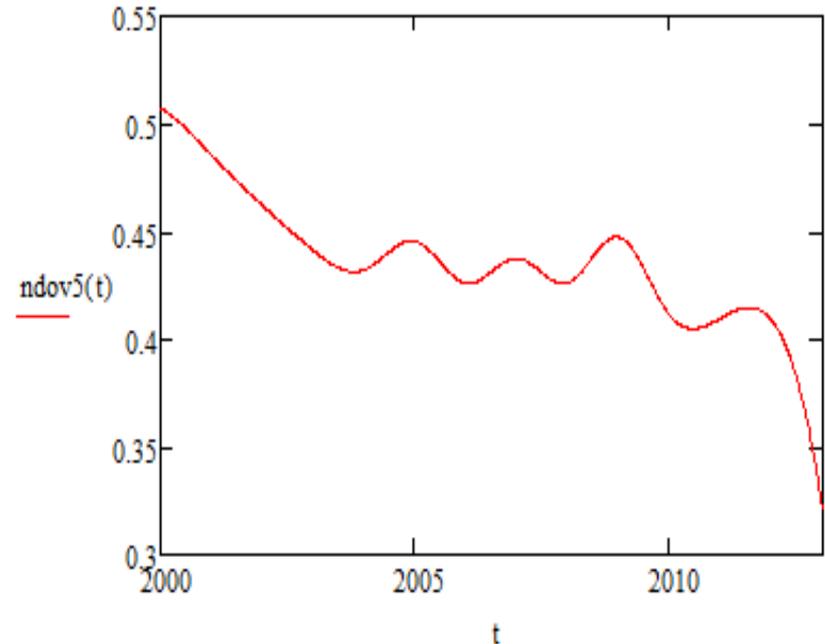
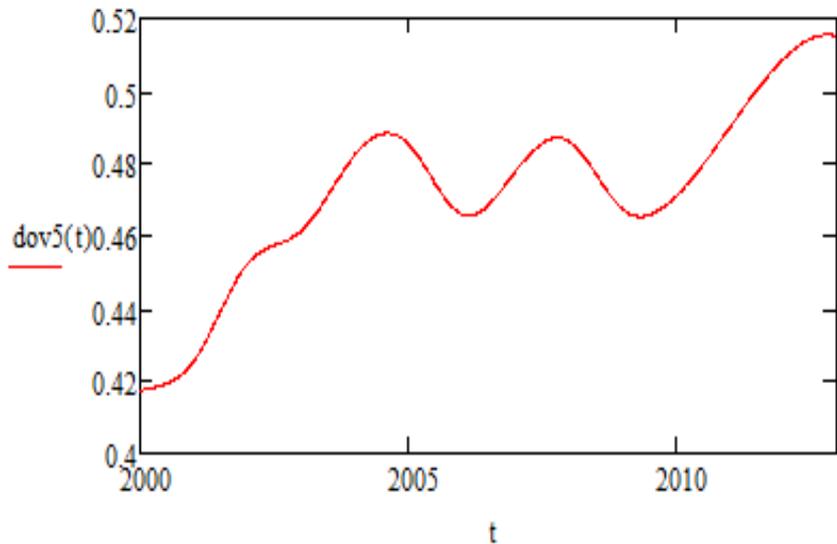
Функции доверия и недоверия



$dov3(t)$, $ndov3(t)$ – функции доверия и недоверия слоя V3

$dov4(t)$, $ndov4(t)$ – функции доверия и недоверия слоя V4

Функции доверия и недоверия



$dov5(t)$, $ndov5(t)$ – функции доверия и недоверия слоя V5

Матрица переходных вероятностей для V1

$$A1 := \begin{pmatrix} 0.087232 & 0.303768 & 0.408281 & 0.132080 & 0.064768 \\ 0.168361 & 0.302324 & 0.368805 & 0.133265 & 0.047245 \\ 0.138893 & 0.461761 & 0.248146 & 0.130259 & 0.011972 \\ 0.133702 & 0.495747 & 0.247404 & 0.109274 & 0.024122 \\ 0.120781 & 0.352650 & 0.212685 & 0.127593 & 0.021504 \end{pmatrix}$$

$$\text{eigenvals}(A1) = \begin{pmatrix} 0.9998123347 \\ -0.1054787792 + 0.0290540672i \\ -0.1054787792 - 0.0290540672i \\ 0.0123056371 \\ -0.0326804134 \end{pmatrix}$$

$$\text{conde}(A1) = 133.901$$

Система устойчива по Лагранжу, условие Раussa-Гурвица выполняется лишь для первого минора

Марковость

$$P1 = \begin{pmatrix} 0.0872483735 & 0.31182357812 & 0.41087975347 & 0.13526357848 & 0.05478471643 \\ 0.16407317683 & 0.30238074639 & 0.36163208286 & 0.13297637722 & 0.03893761671 \\ 0.13806633805 & 0.4710967594 & 0.24819257715 & 0.13257983991 & 0.01006448548 \\ 0.13060419016 & 0.49700953517 & 0.24316439584 & 0.10929451079 & 0.01992736804 \\ 0.14284423211 & 0.42804890966 & 0.25309001486 & 0.15450880705 & 0.02150803631 \end{pmatrix}$$

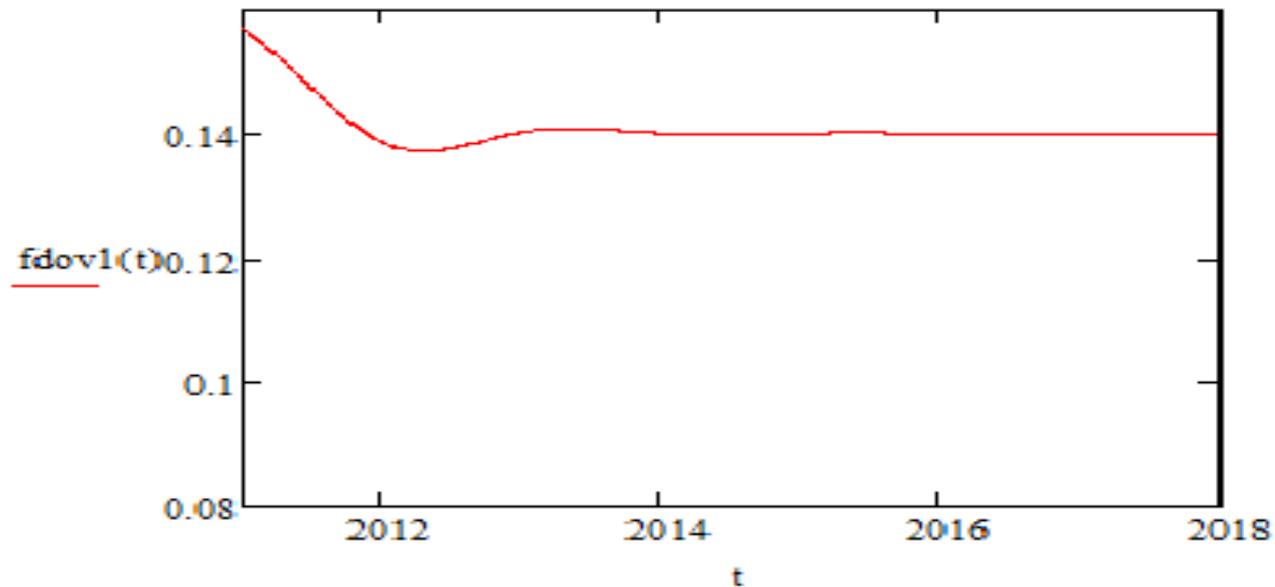
$$|P1| = -4.817 \times 10^{-6} \quad P1_{0,0} \cdot P1_{1,1} \cdot P1_{2,2} \cdot P1_{3,3} \cdot P1_{4,4} = 1.539 \times 10^{-5}$$

Необходимое и достаточное условия марковости процесса для размерности матрицы больше 2:

$$\prod_{i=1}^N P_{ii}(T) \geq \det(P(T)) > 0$$

Марковость есть!

Прогнозная функция доверия для группы V1



Прогнозируется на основе Марковских цепей

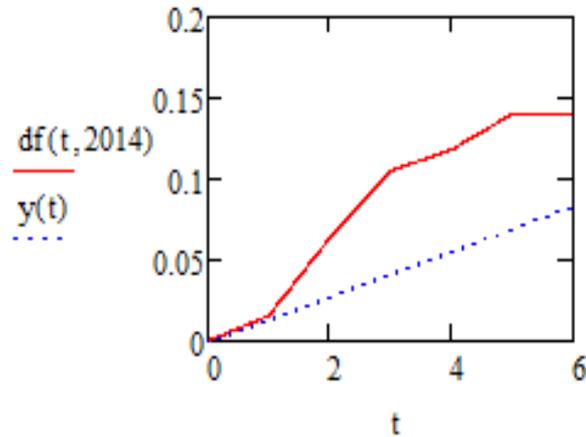
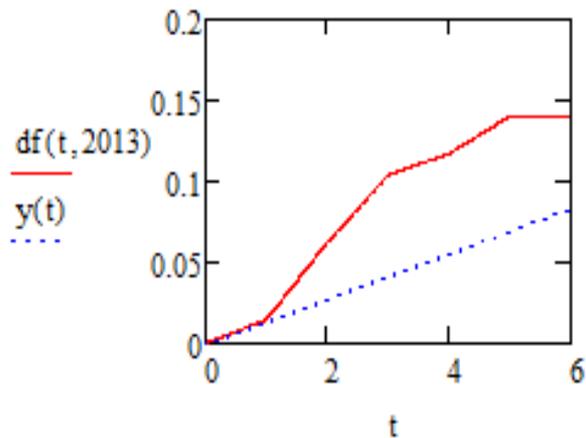
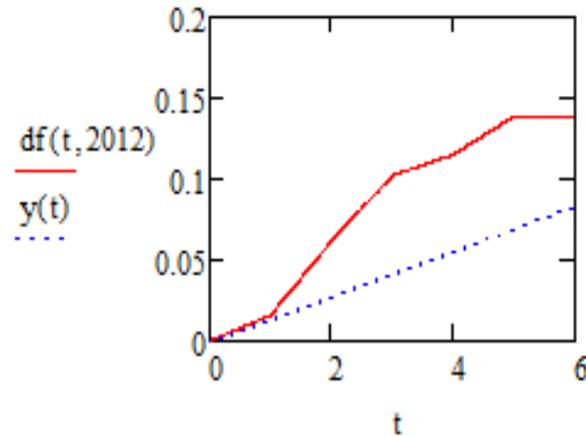
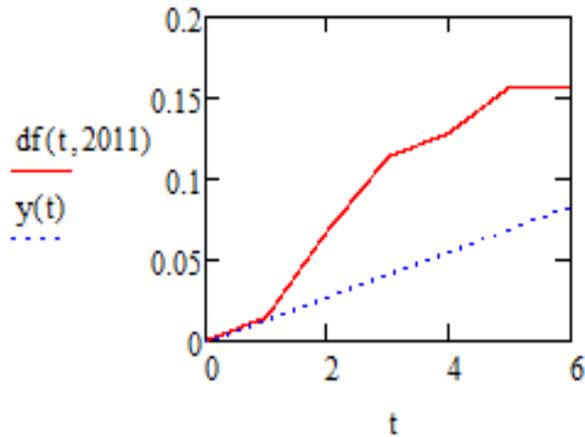
Построение кумулятивной функции с учетом доверия V_i в порядке 3-4-5-2-1

$$DV1_n := VV1_n \cdot fdov1(n) \quad DV2_n := VV2_n \cdot fdov1(n) \quad DV3_n := VV3_n \cdot fdov1(n) \quad DV4_n := VV4_n \cdot fdov1(n) \quad DV5_n := VV5_n \cdot fdov1(n)$$

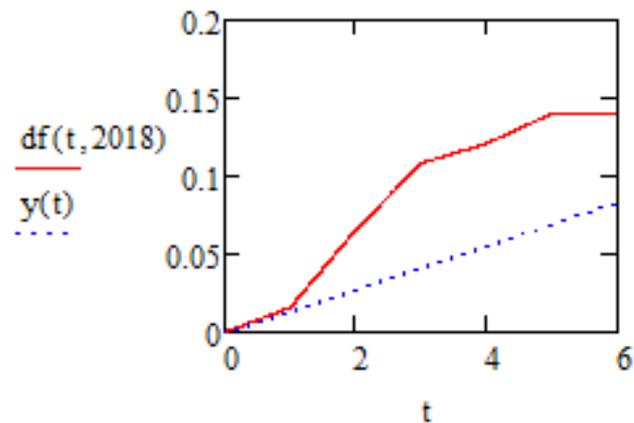
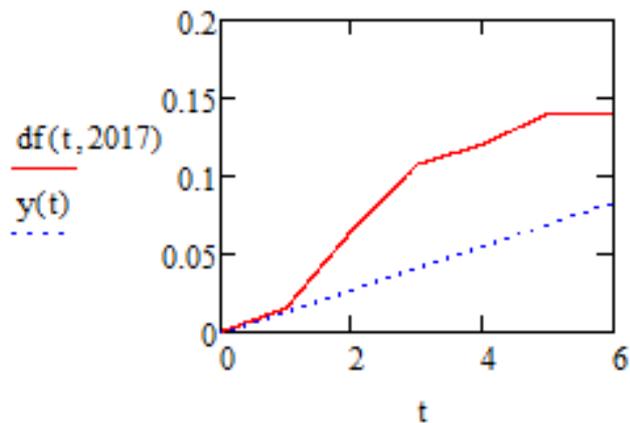
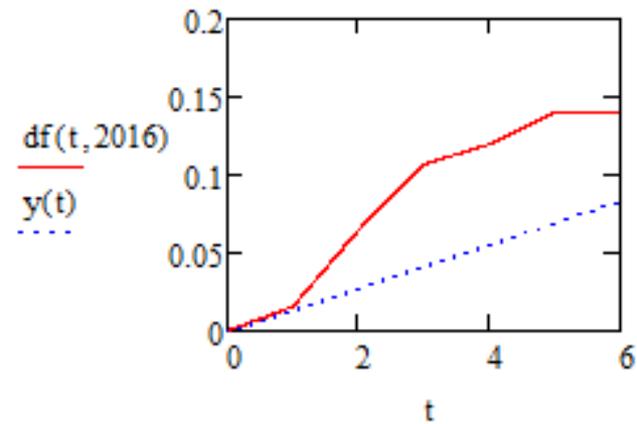
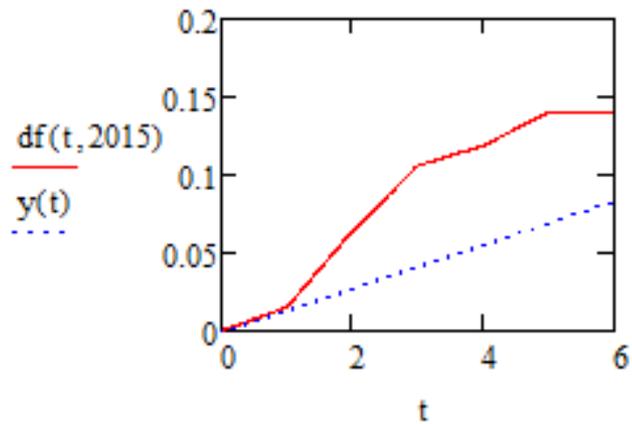
$$DX3_n := DV3_n \quad DX4_n := DX3_n + DV4_n \quad DX5_n := DX4_n + DV5_n \quad DX2_n := DX5_n + DV2_n \quad DX1_n := DX2_n + DV1_n$$

$$df(t,n) := \begin{cases} t \cdot DX3_n & \text{if } 0 \leq t \leq 1 \\ DX3_n + (t-1) \cdot DV4_n & \text{if } 1 \leq t \leq 2 \\ DX4_n + (t-2) \cdot DV5_n & \text{if } 2 \leq t \leq 3 \\ DX5_n + (t-3) \cdot DV2_n & \text{if } 3 \leq t \leq 4 \\ DX2_n + (t-4) \cdot DV1_n & \text{if } 4 \leq t \leq 5 \\ DX1_n & \text{if } 5 \leq t \leq 6 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Возможные социальные взрывы



Возможные социальные взрывы



Моделирование социально-экономических показателей

- M – капитал
- L – численность людей занятых в экономике
- I – информационная составляющая
- G – индекс социального неравенства Джини
- r – процентная ставка кредита
- l – средняя заработная плата
- h – усредненная цена одного автоматизированного места
- F – внутренний валовой продукт страны

Моделирование социально-экономических показателей

Для построенной Н.Д. Кондратьевым упрощенной модели экономической динамики представлено связывание факторов роста (M, L, I) производства и роста дохода (F) в экономике уравнением в ч.п.п., которое осуществлено на основе общих теоретико-экономических и математических соображений

Выдвигается гипотеза, что можно составить в общем случае нелинейное уравнение

$$\Phi(M, L, I, F(M, L, I), p, l, h) = 0,$$

$$\text{где } \partial F / \partial M = p, \partial F / \partial L = l, \partial F / \partial I = h$$

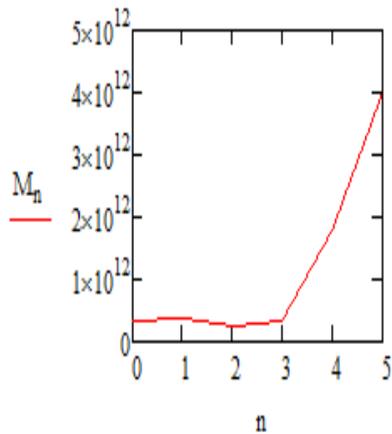
$$\Phi = F - \Delta F - \beta(1 - G)/2$$

где, $\Delta F = kF$, где k – это доля вывозимого капитала, G - индекс социального неравенства Джини

Основные социально-экономические показатели

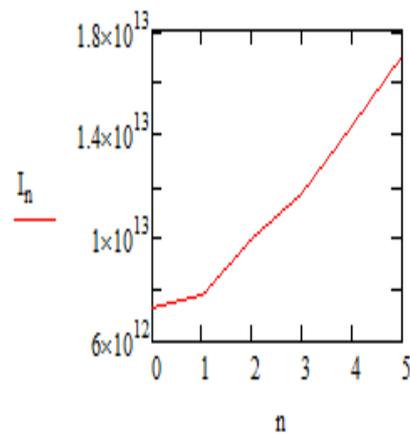
$$\left\{ \begin{array}{l}
 G_{n+2} = u_{51} \cdot G_{n+1} + u_{55} \cdot G_n + u_{50} \\
 M_{n+2} = u_6 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \beta \cdot v_6 \cdot \frac{G_{n+1} - G_n}{p_{n+1} - p_n} + (1 - k) \cdot \frac{F_{n+1} - F_n}{p_{n+1} - p_n} \right] + M_{n+1} \\
 L_{n+2} = u_7 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \beta \cdot v_7 \cdot \frac{G_{n+1} - G_n}{l_{n+1} - l_n} + (1 - k) \cdot \frac{F_{n+1} - F_n}{l_{n+1} - l_n} \right] + L_{n+1} \\
 I_{n+2} = u_8 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \beta \cdot v_8 \cdot \frac{G_{n+1} - G_n}{h_{n+1} - h_n} + (1 - k) \cdot \frac{F_{n+1} - F_n}{h_{n+1} - h_n} \right] + I_{n+1} \\
 p_{n+2} = -u_9 \cdot \left[2 \cdot p_n \cdot (1 - k) + \frac{1}{2} \cdot v_9 \cdot \beta \cdot \left[\frac{G_{n+1} - G_n}{M_{n+1} - M_n} + \frac{p_n \cdot (G_{n+1} - G_n)}{F_{n+1} - F_n} \right] \right] + p_{n+1} \\
 l_{n+2} = -u_{10} \cdot \left[2 \cdot p_n \cdot (1 - k) + \frac{1}{2} \cdot v_{10} \cdot \beta \cdot \left[\frac{G_{n+1} - G_n}{L_{n+1} - L_n} + \frac{l_n \cdot (G_{n+1} - G_n)}{F_{n+1} - F_n} \right] \right] + l_{n+1} \\
 h_{n+2} = -u_{11} \cdot \left[2 \cdot p_n \cdot (1 - k) + \frac{1}{2} \cdot v_{11} \cdot \beta \cdot \left[\frac{G_{n+1} - G_n}{I_{n+1} - I_n} + \frac{h_n \cdot (G_{n+1} - G_n)}{F_{n+1} - F_n} \right] \right] + h_{n+1} \\
 F_{n+2} = p_n \cdot (M_{n+1} - M_n) + l_n \cdot v_{12} \cdot (L_{n+1} - L_n) - u_{12} \cdot \frac{p_n \cdot \left(\frac{h_{n+1} - h_n}{L_{n+1} - L_n} - \frac{l_{n+1} - l_n}{I_{n+1} - I_n} \right) + l_n \cdot \left(\frac{p_{n+1} - p_n}{I_{n+1} - I_n} - \frac{h_{n+1} - h_n}{M_{n+1} - M_n} \right)}{\frac{p_{n+1} - p_n}{L_{n+1} - L_n} - \frac{l_{n+1} - l_n}{M_{n+1} - M_n}} \times \\
 \times (I_{n+1} - I_n) + F_{n+1}
 \end{array} \right.$$

Результаты прогнозирования



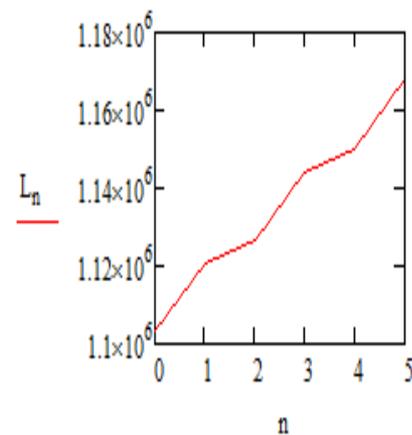
$M_n =$

$3.177 \cdot 10^{11}$
$3.764 \cdot 10^{11}$
$2.541 \cdot 10^{11}$
$3.427 \cdot 10^{11}$
$1.772 \cdot 10^{12}$
$4.013 \cdot 10^{12}$



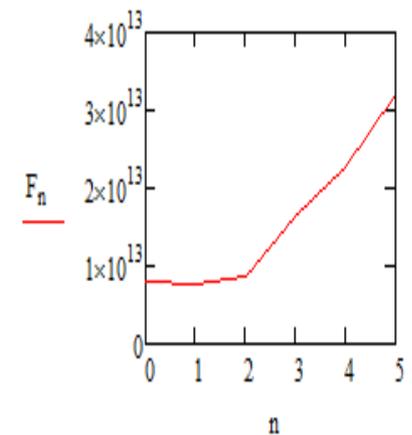
$I_n =$

$7.35 \cdot 10^{12}$
$7.823 \cdot 10^{12}$
$1.003 \cdot 10^{13}$
$1.168 \cdot 10^{13}$
$1.425 \cdot 10^{13}$
$1.7 \cdot 10^{13}$



$L_n =$

$1.103 \cdot 10^6$
$1.121 \cdot 10^6$
$1.127 \cdot 10^6$
$1.144 \cdot 10^6$
$1.15 \cdot 10^6$
$1.168 \cdot 10^6$

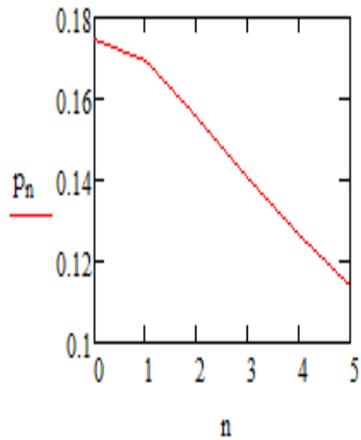


$F_n =$

$8.146 \cdot 10^{12}$
$7.776 \cdot 10^{12}$
$8.767 \cdot 10^{12}$
$1.649 \cdot 10^{13}$
$2.272 \cdot 10^{13}$
$3.204 \cdot 10^{13}$

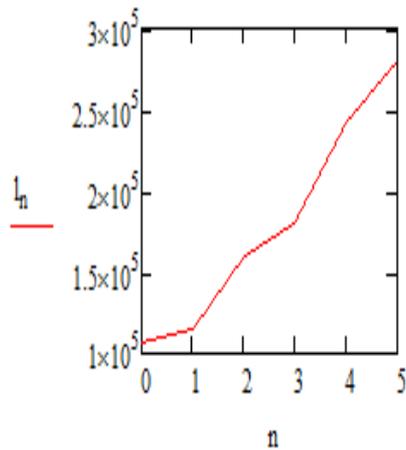
$N = 0 \dots 5$, начальные данные для модели 2012 – 2014 г.

Результаты прогнозирования



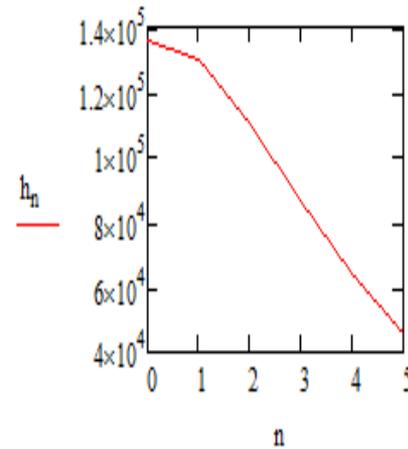
$p_n =$

0.175
0.169
0.155
0.141
0.127
0.114



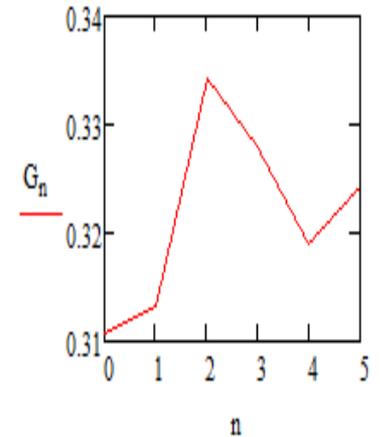
$l_n =$

$1.06 \cdot 10^5$
$1.15 \cdot 10^5$
$1.596 \cdot 10^5$
$1.799 \cdot 10^5$
$2.415 \cdot 10^5$
$2.8 \cdot 10^5$



$h_n =$

$1.362 \cdot 10^5$
$1.302 \cdot 10^5$
$1.102 \cdot 10^5$
$8.649 \cdot 10^4$
$6.436 \cdot 10^4$
$4.589 \cdot 10^4$



$G_n =$

0.311
0.313
0.334
0.328
0.319
0.324

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!